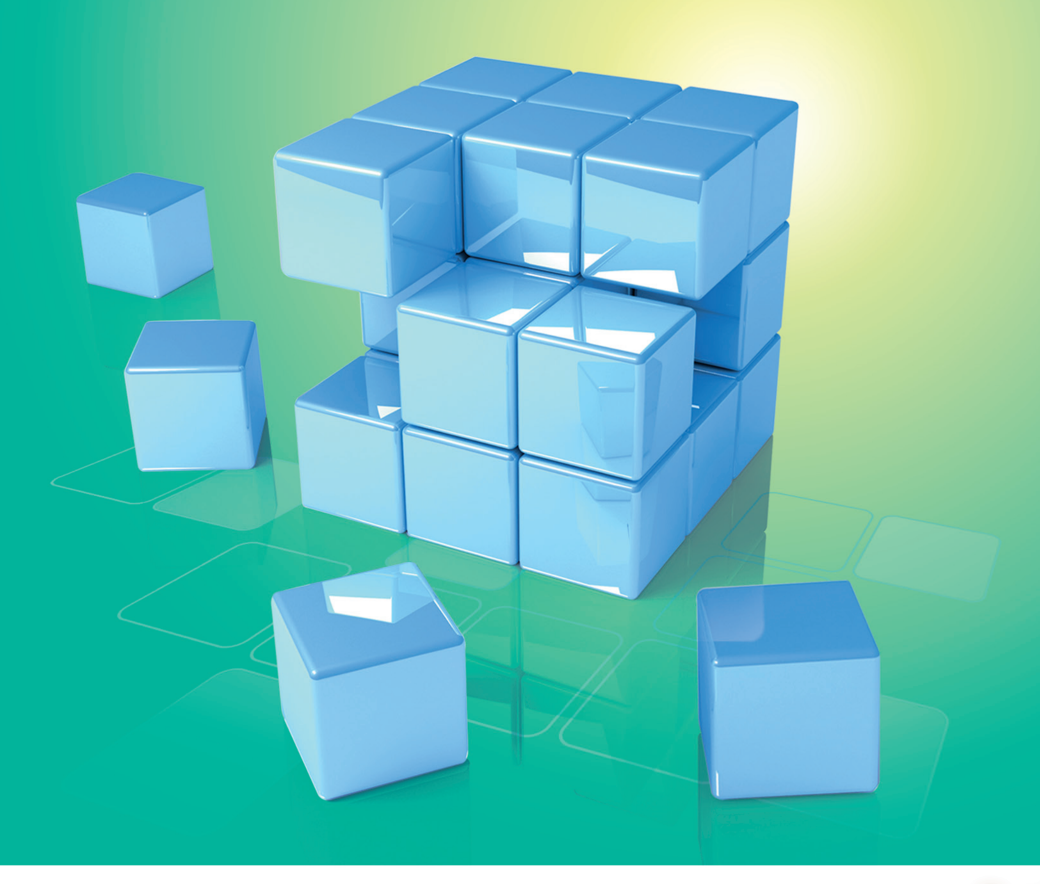
Geometría

Actividades





GEOMETRÍA
LIBRO DE ACTIVIDADES
CUARTO GRADO DE SECUNDARIA
COLECCIÓN INTELECTUM EVOLUCIÓN

© Ediciones Lexicom S. A. C. - Editor
RUC 20545774519
Jr. Dávalos Lissón 135, Cercado de Lima
Teléfonos: 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
Fax: 330 - 2405
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com
www.editorialsanmarcos.com

Responsable de edición:
Yisela Rojas Tacuri

Equipo de redacción y corrección:
Josué Dueñas Leyva / Christian Yovera López
Marcos Pianto Aguilar / Julio Julca Vega
Óscar Díaz Huamán / Kristian Huamán Ramos
Saby Camacho Martinez / Eder Gamarra Tiburcio
Jhonatan Peceros Tinco

Diseño de portada:
Miguel Mendoza Cruzado / Cristian Cabezudo Vicente

Retoque fotográfico:
Luis Armestar Miranda

Composición de interiores:
Lourdes Zambrano Ibarra / Natalia Mogollón Mayurí
Roger Urbano Lima

Gráficos e Ilustraciones:
Juan Manuel Oblitas / Ivan Mendoza Cruzado

Primera edición 2013
Tiraje: 15 000

Hecho el depósito legal en la Biblioteca Nacional del Perú
N.º 2013-12003
ISBN: 978-612-313-059-6
Registro de Proyecto Editorial N.º 31501001300690

Impreso en Perú / *Printed in Peru*

Pedidos:
Av. Garcilaso de la Vega 978 - Lima.
Teléfonos 331-1535 / 331-0968 / 332-3664
E-mail: ventas_escolar@edicioneslexicom.com

Impresión:
Editorial San Marcos, de Aníbal Jesús Paredes Galván
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, Lima, S.J.L.
RUC 10090984344

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344

La COLECCIÓN INTELECTUM EVOLUCIÓN para Secundaria ha sido concebida a partir de los lineamientos pedagógicos establecidos en el Diseño Curricular Nacional de la Educación Básica Regular, además se alinea a los patrones y estándares de calidad aprobados en la Resolución Ministerial N.º 0304-2012-ED.
La divulgación de la COLECCIÓN INTELECTUM EVOLUCIÓN se adecúa a lo dispuesto en la Ley 29694, modificada por la Ley N.º 29839, norma que protege a los usuarios de prácticas ilícitas en la adquisición de material escolar.
El docente y el padre de familia orientarán al estudiante en el debido uso de la obra.



Contenido


Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 1
Geometría

RECUERDA

Demócrito de Abdera [460-370 a. C]

Nació en Abdera, Grecia y no se conoce dónde murió.

Demócrito es más conocido por su teoría atómica, pero también fue un excelente geómetra, muy poco se sabe de su vida, sabemos que Leucipo fue su profesor.

Perteneció a la línea doctrinal de pensadores que nació con Tales de Mileto. Esta escuela así como la pitagórica y la eleática, que representan lo más grande del pensamiento anterior, le atribuyen gran importancia a lo matemático.

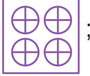
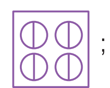
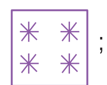
Los atomistas pensaban distinto a los eleatas, pues estos no aceptaban el movimiento como realidad, sino como fenómeno, Leucipo y Demócrito parten de que el movimiento existe en sí. Demócrito pone como realidades primordiales a los átomos y al vacío, o como dirían los eleatas, al ser y al no ser (recordemos que etimológicamente la palabra átomo en griego, significa indivisible, lo que actualmente sabemos que no es así).

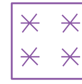
Reflexiona

- *El hombre se pasa la vida discurriendo sobre el pasado, quejándose del presente y temblando por el futuro.*
- *Un lema inspirador, una máxima estimulante, ha sido a veces la palanca que, como en las agujas de los trenes, cambió del torcido en recto el camino de una vida.*
- *Siembra un pensamiento y cosecharás un hábito, siembra un hábito y cosecharás un carácter, siembra un carácter y cosecharás un destino.*
- *El que quiere ser amado está siempre en peligro de perderlo todo; el que ama, no pierde nada nunca.*

¡Razona...!

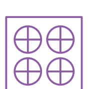
¿Cuál de los recuadros inferiores completa mejor la serie de arriba?

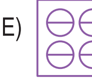
 ;  ;  ;


A) 

B) 

C) 


D) 

E) 



Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: SEGMENTOS

1 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B y C, tal que AB = 6, AC = 10 y M es punto medio de $\overline{BC}$. Calcula AM.

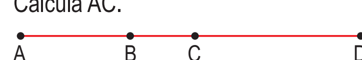
A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

2 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D. Calcula AD, si:
3AC + 2AB = 8 y 3CD + 2BD = 7

A) 1 B) 2,5 C) 3
D) 3,5 E) 5

3 En el gráfico:
AB = 5, AD = 32 y $\frac{BC}{CD} = \frac{2}{7}$

Calcula AC.



A) 8 B) 9 C) 10
D) 11 E) 12

4 En una recta, se ubican los puntos consecutivos M, P, Q y R, de modo que MQ = 2PR; si MP – QR = 12, calcula PR.

A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 15

5 Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos M, N, P y Q. Si: MN = 2NP, MN = PQ, además MQ = 45, halla MP.

A) 25 B) 26 C) 27
D) 28 E) 29

6 Se tienen los puntos consecutivos A, B, C, D y E, de modo que:
$\frac{3}{AB} = \frac{5}{BC} = \frac{7}{CD} = \frac{8}{DE}$ y AB + BC = 70

Halla BD.

A) 105 B) 110 C) 115
D) 120 E) 125

7 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D. Si AB = BC y 2BD – AC = 4, calcula CD.

A) 4 B) 3 C) 1
D) 2 E) 5

8 Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos K, L, M y N, tal que M es el punto medio de $\overline{LN}$, calcula:

$$E = \frac{KN + KL}{KM}$$

A) 1 B) 0,5 C) 3
D) 2 E) 0,2

9 Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B y C, tal que BC = a y además: $(AB)(AC) = 2[(AB)^2 - (BC)^2]$. Calcula AB.

A) 6a B) 5a C) 2a
D) 3a E) 4a

10 En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C, D y E, si DE = 3 y se cumple que:

$$\frac{AB + CE}{7} = \frac{BE - CD}{4} = \frac{AE - DE}{9}$$

Calcula AE.

A) 20 B) 25 C) 30
D) 35 E) 40

11 Se tiene los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que: AC = 20; BD = 24 y AD = 3BC
Halla BC.

A) 12 B) 10 C) 8
D) 11 E) 9

12 Se tienen los puntos consecutivos A; B; C; D y E tal que: (AD)(DE) = (AB)(BE). ¿Cuál es la alternativa verdadera?

A) AB = DE B) BE = AD
C) AD = 2BC D) CD = BC
E) AE = 2BD

13 Se tienen los puntos consecutivos A; B y C tal que: AB = 24 – 4BC y AC = 3BC. Halla BC

A) 5 B) 4 C) 3
D) 8 E) 7

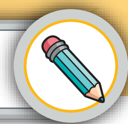
14 Se tienen los puntos consecutivos A; B; C; D; M y E; tal que: AC + BD + CM + DE = 55 y 4AE = 7BM, halla AE.

A) 45 B) 37 C) 35
D) 42 E) 40

Claves

1. B	3. D	5. C	7. D	9. C	11. D	13. B
2. C	4. D	6. A	8. D	10. C	12. A	14. C

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona la siguientes definiciones simbólicas.

I. Plano ( ) ▱P ∩ ▱Q = $\overleftrightarrow{AB}$
II. Recta ( ) $\overleftrightarrow{L_1} \cap \overleftrightarrow{L_2} = \{M\}$
III. Punto ( ) {A; B; C} ∈ ▱P

A) I; II; III B) I; III; II
C) II; I; III D) II; III; I
E) III; II; I

2. Indica V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

I. Siempre podemos trazar una recta entre dos puntos. ( )
II. Tres puntos no colineales determinan un plano. ( )
III. La intersección de dos planos origina un punto. ( )

A) FVV B) FFV
C) FFF D) VVF
E) VVV

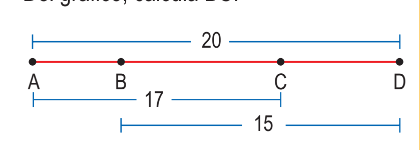
3. Relaciona las siguientes propiedades de congruencia:

I. Transitiva ( ) $\overline{AB} \cong \overline{MN} \Rightarrow \overline{MN} \cong \overline{AB}$
II. Reflexiva ( ) $\overline{AB} \cong \overline{CD} \wedge \overline{CD} \cong \overline{MN} \Rightarrow \overline{AB} \cong \overline{MN}$
III. Simétrica ( ) $\overline{AB} \cong \overline{BA}$

A) II; I; III B) II; III; I
C) III; I; II D) III; II; I
E) I; II; III

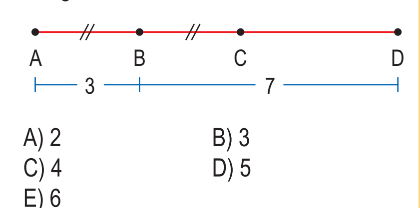
Razonamiento y demostración

4. Del gráfico, calcula BC:



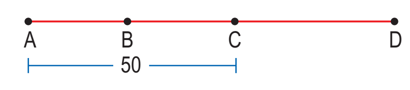
A) 8 B) 10
C) 12 D) 14
E) 16

5. Del gráfico calcula CD



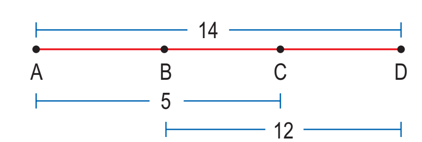
A) 2 B) 3
C) 4 D) 5
E) 6

6. En el gráfico calcula AD, si AD + CD = 150.



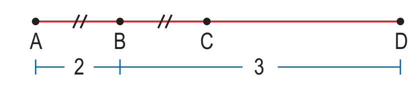
A) 80 B) 100 C) 120
D) 140 E) 160

7. En el gráfico calcula BC.



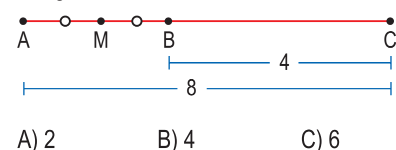
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

8. Del gráfico calcula CD.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

9. Del gráfico calcula MC.



A) 2 B) 4 C) 6
D) 8 E) 5

Resolución de problemas

10. Si en una pista de atletismo hay 12 vallas separadas entre sí por 5 metros, ¿qué distancia hay entre la primera y última valla?

A) 45 m B) 50 m C) 55 m
D) 60 m E) 65 m

11. En un segmento AD se toman los puntos B y C de modo que B es punto medio de AC. Calcula CD, si AB = 20 y BD = 30.

A) 20 B) 10 C) 13
D) 24 E) 16

12. Sean los puntos consecutivos A, B, C y D sobre una recta. Calcular AD, si: AC = 7, BD = 9 y BC = 4.

A) 20 B) 10 C) 12
D) 13 E) 14

13. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D. Halla BC, si AD = 18, AC = 15 y BD = 12.

A) 6 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11

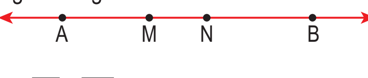
14. Se tienen los puntos consecutivos A, B, C y D sobre una recta, tal que: 2(AB) = CD y M es punto medio de $\overline{BC}$. Calcula BD, si AM = 12.

A) 6 B) 12 C) 18
D) 24 E) 30

NIVEL 2

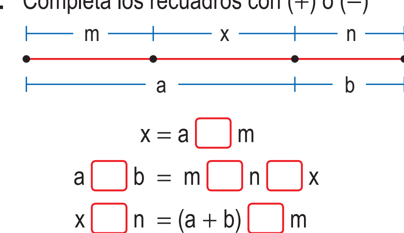
Comunicación matemática

15. Relaciona las notaciones, si se tiene la siguiente figura:



I. $\overline{AB}$ y $\overline{MN}$ ( ) Semirrectas
II. $\overleftrightarrow{MA}$ y $\overleftrightarrow{NB}$ ( ) Segmentos
III. $\overleftrightarrow{MB}$ y $\overleftrightarrow{MA}$ ( ) Rayos

16. Completa los recuadros con (+) o (–)



Razonamiento y demostración

17. En el gráfico: FM = 5MC y MC = 7.
Calcula: 2FC



A) 84 B) 35 C) 42
D) 7 E) 49

18. Calcula BC.

Si: $\frac{AB}{2} = \frac{AC}{5} = \frac{BD}{8}$ y AD = 30.

A B C D

A) 6 B) 24 C) 15
D) 9 E) 8

19. Sean los puntos consecutivos A, B, C y D sobre una recta, tal que: AB = BD = 3CD. Calcula CD, si AD = 24.

A) 4 B) 6 C) 8
D) 9 E) 15

20. Del gráfico, calcula AM, si AC + AB = 18.

A B M C

A) 8 B) 7 C) 9
D) 10 E) 3

Resolución de problemas

21. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D de modo que: AC + BD = 14. Calcula MN, si M y N son los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ respectivamente.

A) 1 B) 3 C) 5
D) 7 E) 9

22. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D. Calcula AD, si AC = 40 y AD + CD = 80.

A) 15 B) 20 C) 30
D) 60 E) 40

23. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, luego se ubican P y Q puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ respectivamente. Calcula PQ, si AC + BD = 30.

A) 10 B) 15 C) 20
D) 30 E) 60

24. Sobre $\overline{AC}$ se ubica un punto B tal que: BC – AB = 32. Calcula la distancia de B al punto medio de $\overline{AC}$.

A) 4 B) 8 C) 16
D) 20 E) 24

25. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D, donde ubicamos M y N puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$ respectivamente. Calcula MN, si: AB = 4 y CD = 10

A) 5 B) 6 C) 7
D) 3 E) 10

26. Sobre una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D, tal que CD = 7AC. Calcula BC, si BD – 7AB = 40.

A) 3 B) 5 C) 8
D) 9 E) 20

NIVEL 3

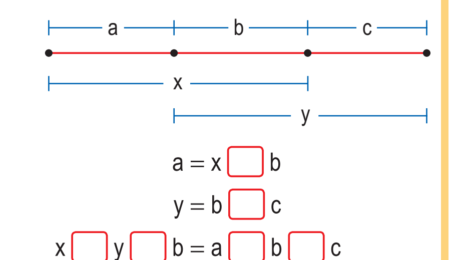
Comunicación matemática

27. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

I. Para definir un círculo basta con indicar su centro y conocer la medida de su radio. ( )
II. Por un punto exterior a una recta se puede trazar más de una paralela a dicha recta. ( )
III. Podemos prolongar las extremidades de un segmento rectilíneo para obtener una recta infinita y continua. ( )

A) VFF B) VFV C) VVV
D) FVV E) FVF

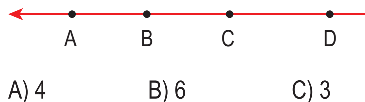
28. Completa los recuadros con (+) o (–).



a = x □ b
y = b □ c
x □ y □ b = a □ b □ c

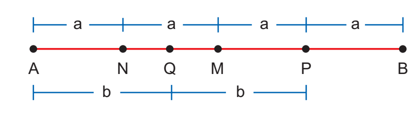
Razonamiento y demostración

29. Determina el número total de segmentos en la siguiente figura:



A) 4 B) 6 C) 3
D) 7 E) 5

30. Del gráfico calcula AB, si NQ = 6.



A) 12 B) 24 C) 36
D) 48 E) 96

Resolución de problemas

31. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B y C. Luego se ubican los puntos medios M y N de $\overline{AB}$ y $\overline{MC}$ respectivamente. Si: AB = BC, ¿cuál de las siguientes alternativas es la correcta?

A) AM = NC B) AB = NC
C) MB = BN D) MB = NC
E) AM = 2BN

32. Sobre una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D, siendo:
$AB \times BD + AC \times CD = AD \times BC$
Si: $AB \times CD = 72$, calcula BC.

A) 10 B) 6 C) 18
D) 12 E) 5

33. En una recta se ubican los puntos consecutivos A, B, C y D tal que:
10AB = 5BC = 2CD y AD = 16.
Calcula la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$.

A) 10 B) 12 C) 14
D) 16 E) 18

34. Se ubican los puntos consecutivos M, A, O y B, donde se cumple que O es punto medio de $\overline{AB}$. Calcula OM, si:

$$(MA)(MB) + \frac{(AB)^2}{4} = 361$$

A) 19 B) 18 C) 17
D) 16 E) 15

35. En una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D siendo M y N puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$. Calcula MN, si AB + CD = 20.

A) 5 B) 9 C) 10
D) 12 E) 13

36. En una recta se toman los puntos consecutivos A, B, C y D, tales que AB = 2BC = 3CD; sobre $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ se ubican los puntos P y Q tales que PB = QD y AP – CQ = 16. Halla PQ.

A) 15 B) 17 C) 18
D) 20 E) 22



Claves

NIVEL 1
1. D
2. D
3. C
4. C
5. C
6. B
7. C
8. A
9. C
10. C
11. B
12. C
13. C
14. D

NIVEL 2
15.
16.
17. A
18. D
19. A
20. C
21. D
22. D
23. B
24. C
25. C
26. B

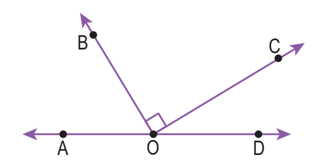
NIVEL 3
27. B
28.
29. B
30. D
31. E
32. D
33. A
34. A
35. C
36. D




Aplicamos lo aprendido

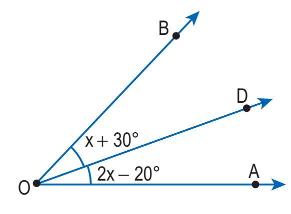
TEMA 2: ÁNGULOS

1 Halla la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.



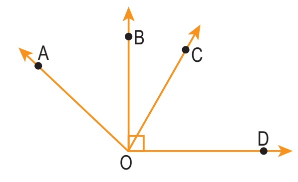
A) 120° B) 135° C) 145°
D) 125° E) 160°

2 Calcula la medida del ángulo BOD, si $\overleftrightarrow{OD}$ es bisectriz.



A) 60° B) 50° C) 70°
D) 80° E) 90°

3 En la figura $\overleftrightarrow{OC}$ es bisectriz del ∠AOD y los ángulos AOB y AOC son complementarios. Calcula la m∠AOB.



A) 30° B) 45° C) 35°
D) 50° E) 40°

4 Los ángulos consecutivos y suplementarios AOB y BOC difieren en 60°. Se trazan las bisectrices $\overleftrightarrow{OP}$ y $\overleftrightarrow{OM}$ de dichos ángulos, respectivamente; luego la bisectriz $\overleftrightarrow{ON}$ del ángulo POM. Calcula la m∠BON.

A) 20° B) 15° C) 25°
D) 10° E) 30°

5 Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, de modo que la m∠AOC = 48°, y la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos AOB y COD es igual a 30°. Halla la m∠BOD.

A) 11° B) 12° C) 13°
D) 14° E) 13°

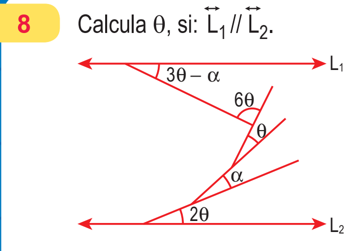
6 Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD de tal forma que:
2(m∠BOC) = 3(m∠COD) y 2(m∠AOB) + 3 (m∠AOD) = 120°.
Calcula la m∠AOC.

A) 20° B) 22° C) 24°
D) 30° E) 36°

7 Si a la diferencia entre el suplemento de un ángulo y el doble de su complemento le sumamos 20°, obtenemos las 3/5 partes de su suplemento. Halla la medida del ángulo.

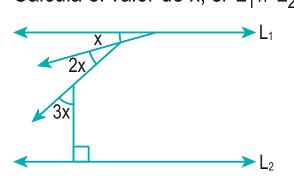
A) 45° B) 50° C) 55°
D) 60° E) 70°

8 Calcula θ, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



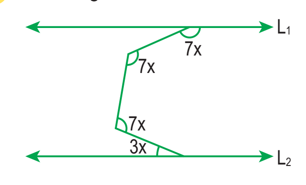
A) 10° B) 12° C) 16°
D) 14° E) 15°

9 Calcula el valor de x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



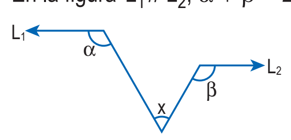
A) 10° B) 12° C) 15°
D) 18° E) 20°

10 En la figura, calcula el valor de x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



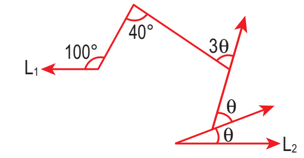
A) 20 B) 25 C) 30
D) 35 E) 40

11 En la figura $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$; $\alpha + \beta = 220°$. Calcula x.



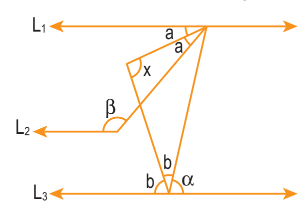
A) 40° B) 50° C) 55°
D) 35° E) 30°

12 En el gráfico $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula θ.



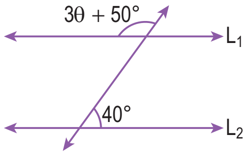
A) 12° B) 22° C) 24°
D) 26° E) 28°

13 Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$ y $\alpha + \beta = 200°$.



A) 50° B) 80° C) 30°
D) 40° E) 70°

14 Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula θ.



A) 10° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 50°

Claves

1. B	3. A	5. B	7. C	9. C	11. A	13. B
2. D	4. B	6. C	8. E	10. A	12. C	14. C

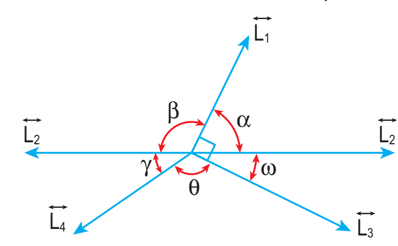
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Rellena los recuadros con los valores correspondientes:



I. □ + □ = 90°

II. □ + □ = 180°

III. □ + □ + □ + □ + □ = 360°

IV. □ + □ + □ = 180°

2. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

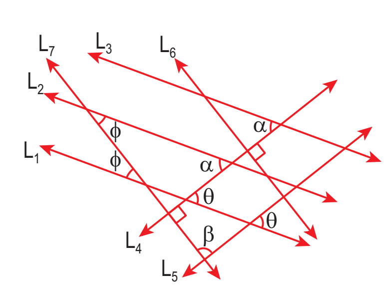
I. 1° < > 3600' ( )

II. 1' < > 60" ( )

III. 1° < > 60' ( )

A) FVV B) VVV C) VVF
D) VFF E) FFF

3. Coloca // (paralelo) o ⊥ (perpendicular) según corresponda:



I. $\overleftrightarrow{L_3}$ □ $\overleftrightarrow{L_1}$ II. $\overleftrightarrow{L_7}$ □ $\overleftrightarrow{L_4}$

III. $\overleftrightarrow{L_6}$ □ $\overleftrightarrow{L_4}$ IV. $\overleftrightarrow{L_6}$ □ $\overleftrightarrow{L_7}$

V. $\overleftrightarrow{L_4}$ □ $\overleftrightarrow{L_5}$ VI. $\overleftrightarrow{L_7}$ □ $\overleftrightarrow{L_5}$

4. Coloca ✗ (incorrecto) o ✓ (correcto) según corresponda:

I. $S_\alpha = 360° - \alpha$ ( )

II. $C_\alpha = 270° - \alpha$ ( )

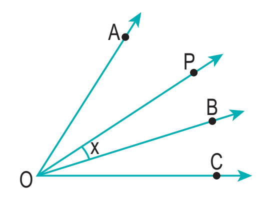
III. $SS_\alpha = 180° - \alpha$ ( )

IV. $CC_\alpha = \alpha$ ( )

V. $SC_\alpha = 90° - \alpha$ ( )

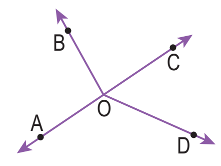
Razonamiento y demostración

5. Si $\overleftrightarrow{OP}$ es bisectriz del ∠AOC y además:
m∠AOB – m∠BOC = 40°. Calcula x.



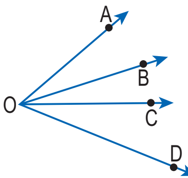
A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 40°

6. Si $\overleftrightarrow{AC}$ es una recta; m∠AOD = 160° y la m∠BOD = 170°. Calcula la m∠BOC.



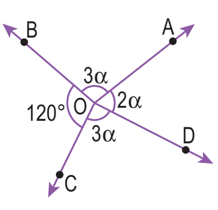
A) 130° B) 140° C) 150°
D) 160° E) 120°

7. Si $\overleftrightarrow{OC}$ es bisectriz del ∠BOD; m∠AOB = 20° y m∠AOD = 80°. Calcula la m∠AOC.



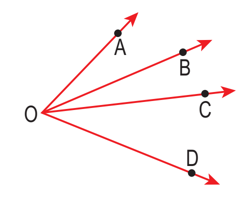
A) 30° B) 40° C) 50°
D) 20° E) 60°

8. Calcula la m∠AOD.



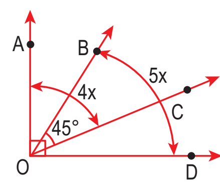
A) 45° B) 36° C) 60°
D) 24° E) 30°

9. Si: $\overleftrightarrow{OC}$ es bisectriz del ∠AOD; m∠AOB = 20°; m∠BOD = 60°; calcula la m∠BOC.



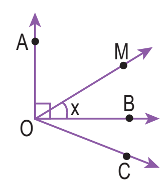
A) 15° B) 20° C) 30° D) 25° E) 40°

10. En la figura; calcula el valor de x.



A) 14° B) 12° C) 10°
D) 15° E) 11°

11. Calcula x, si la medida del ángulo AOC es 140° y $\overleftrightarrow{OM}$ es bisectriz del ángulo AOC.



A) 45° B) 60° C) 30°
D) 20° E) 78°

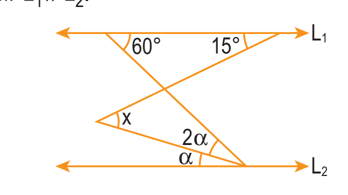
12. Si:

S: suplemento; C: complemento

Calcula: $SC_{40°}$

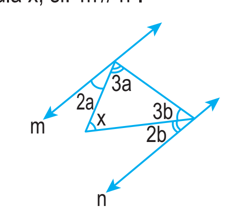
A) 100° B) 80° C) 130°
D) 150° E) 110°

13. Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



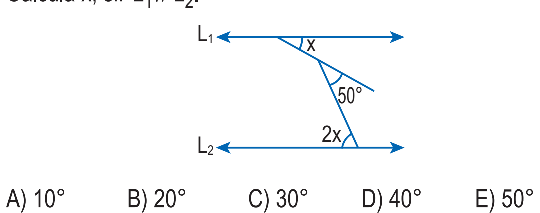
A) 25° B) 30° C) 35°
D) 40° E) 45°

14. En el gráfico, calcula x, si: $\overleftrightarrow{m} // \overleftrightarrow{n}$.



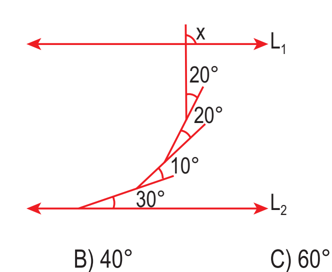
A) 60° B) 72° C) 80°
D) 95° E) 102°

15. Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



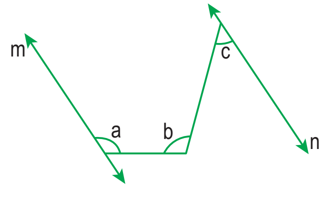
A) 10° B) 20° C) 30° D) 40° E) 50°

16. Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



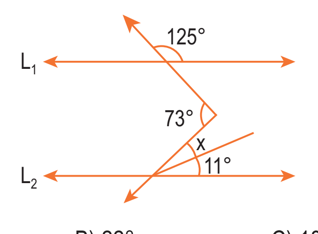
A) 20° B) 40° C) 60°
D) 80° E) 100°

17. Calcula c, si: $\overleftrightarrow{m} // \overleftrightarrow{n}$ y a + b = 200°.



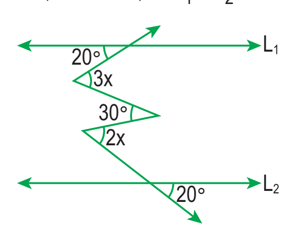
A) 10° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 50°

18. En la figura, halla x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



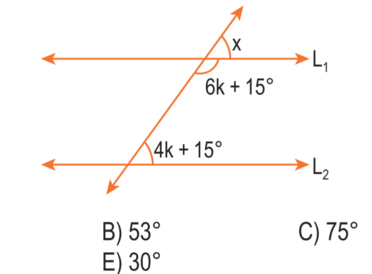
A) 11° B) 22° C) 18°
D) 14° E) 7°

19. Del gráfico mostrado, calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



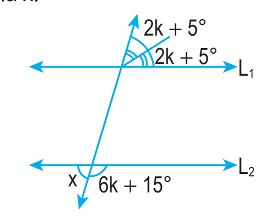
A) 10° B) 14° C) 35°
D) 12° E) 25°

20. Calcula x, siendo $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



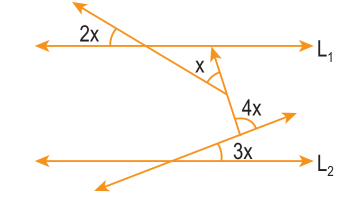
A) 60° B) 53° C) 75°
D) 37° E) 30°

21. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



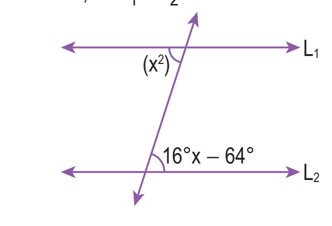
A) 30° B) 22,5° C) 45°
D) 60° E) 53°

22. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



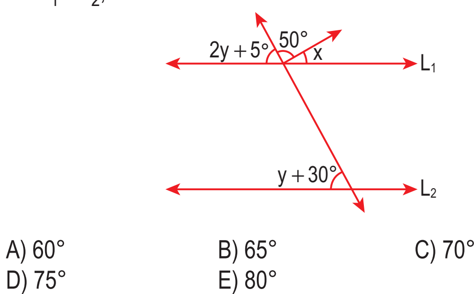
A) 36° B) 18° C) 72°
D) 60° E) 30°

23. Calcula el valor de x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 12° B) 8° C) 30°
D) 5° E) 40°

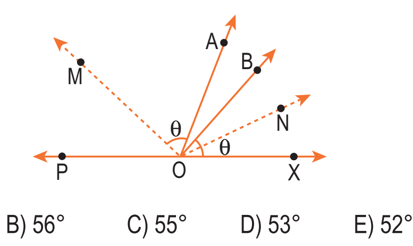
24. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 60° B) 65° C) 70°
D) 75° E) 80°

Resolución de problemas

25. En la figura mostrada calcula θ, si:
$m\angle BON = 22°$, $\overleftrightarrow{ON}$ es bisectriz del $\angle AOX$ y $\overleftrightarrow{OM}$ es bisectriz del $\angle AOP$.



A) 54° B) 56° C) 55° D) 53° E) 52°

26. Se tienen los ángulos adyacentes y suplementarios AOB y BOC, si $\overleftrightarrow{OM}$ y $\overleftrightarrow{ON}$ son sus respectivas bisectrices. Calcula la $m\angle MON$.

A) 30° B) 36° C) 45° D) 60° E) 90°

27. Calcula la medida de un ángulo sabiendo que esta es igual a un octavo de su suplemento.

A) 20° B) 30° C) 40°
D) 10 E) 25°

28. La diferencia entre el suplemento y el complemento de α es igual a 6α.
Calcula α.

A) 18° B) 5° C) 12°
D) 10° E) 15°

29. Si el suplemento de la medida de un ángulo, es igual al cuádruple de la medida del ángulo mencionado; ¿cuánto mide dicho ángulo?

A) 18° B) 45° C) 60°
D) 36° E) 86°

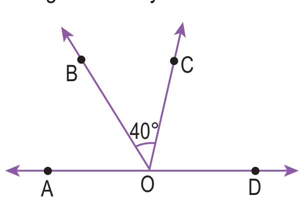
30. Calcula la medida del menor de dos ángulos suplementarios si uno de ellos mide el doble del otro.

A) 80° B) 60° C) 30°
D) 45° E) 75°

31. Si la suma de los suplementos de dos ángulos es igual a 280°; calcula el complemento de la suma de las medidas de dichos ángulos.

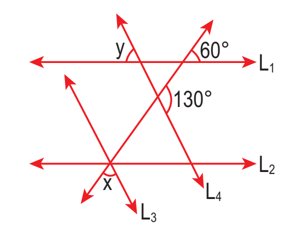
A) 10° B) 20° C) 30°
D) 40° E) 50°

32. En la figura, calcula la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOB y COD.



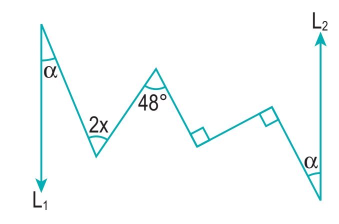
A) 100° B) 110° C) 120°
D) 130° E) 140°

33. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_3} // \overleftrightarrow{L_4}$.
Calcula x/y.



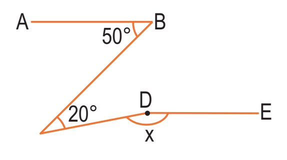
A) 3/5 B) 5/7 C) 6/9 D) 7/10 E) 10/13

34. Halla el valor de x: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



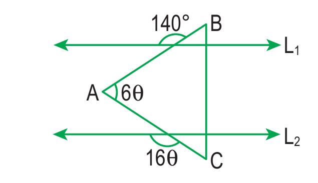
A) 20° B) 21° C) 22° D) 23° E) 24°

35. En la figura $\overline{AB} // \overline{DE}$. Calcula x.



A) 110° B) 130° C) 140° D) 150° E) 155°

36. En el gráfico $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula θ.



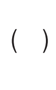
A) 12° B) 8° C) 9° D) 10° E) 6°

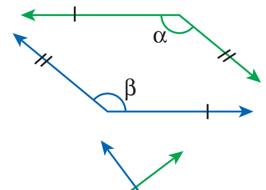
NIVEL 2

Comunicación matemática

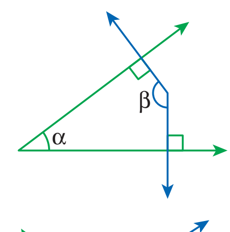
37. Relaciona los conceptos con los gráficos:

I. Suplementarios y paralelos ( )





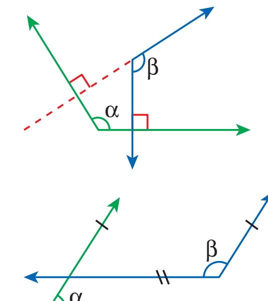
II. Congruentes y perpendiculares ( )



III. Congruentes y paralelos ( )



IV. Suplementarios y perpendiculares ( )

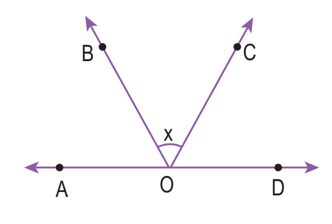


38. Calcula la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos que forman un par lineal.

A) 90° B) 45° C) 30°
D) 60° E) 30°

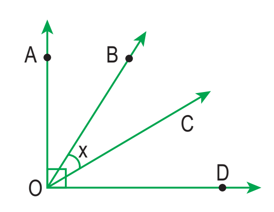
Razonamiento y demostración

39. Calcula x, si:
$m\angle AOC + m\angle BOD = 260°$



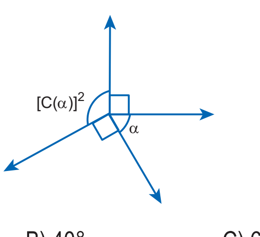
A) 80° B) 50° C) 40°
D) 65° E) 90°

40. Si: $m\angle AOC + m\angle BOD = 140°$
Calcula x.



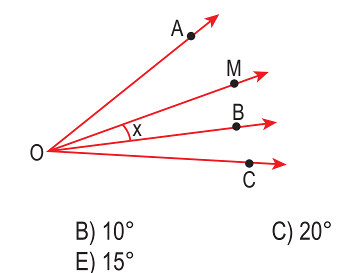
A) 40° B) 20° C) 50°
D) 60° E) 30°

41. En la figura, calcula el valor de α.



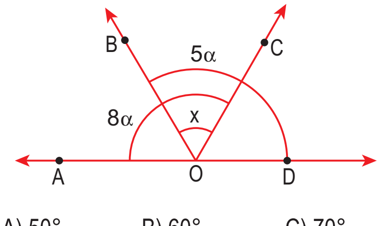
A) 20° B) 40° C) 60°
D) 70° E) 80°

42. En la figura; si la $m\angle AOB - m\angle BOC = 20°$ y $\overleftrightarrow{OM}$ es bisectriz del ángulo AOC; calcula el valor de x.



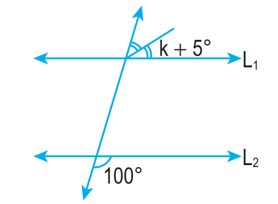
A) 15° B) 10° C) 20°
D) 40° E) 15°

43. Calcula x, si la $m\angle AOB - m\angle COD = 60°$



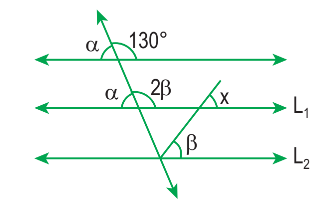
A) 50° B) 60° C) 70°
D) 80° E) 90°

44. Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



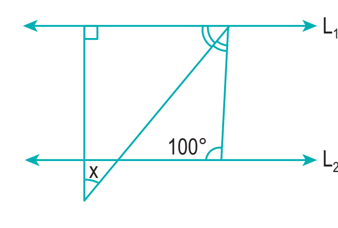
A) 10° B) 25° C) 35°
D) 40° E) 55°

45. Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



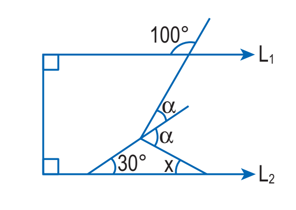
A) 50° B) 55° C) 60°
D) 65° E) 70°

46. Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



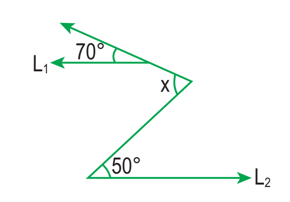
A) 120° B) 40° C) 50°
D) 60° E) 70°

47. Según el gráfico, calcula x.



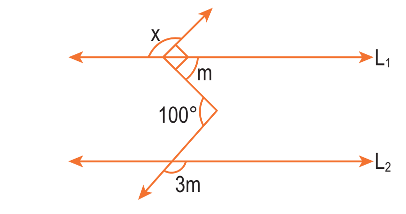
A) 10° B) 15° C) 20°
D) 30° E) 40°

48. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 100° B) 120° C) 110°
D) 130° E) 140°

49. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 130° B) 120° C) 110°
D) 100° E) 140°

Resolución de problemas

50. Siendo α la medida de un ángulo agudo y β la medida de otro ángulo, de tal manera que:

$$\alpha = \frac{2}{3}(\alpha + \beta)$$

¿Cuál es el máximo valor entero de β?

A) 34° B) 44° C) 84°
D) 94° E) 89°

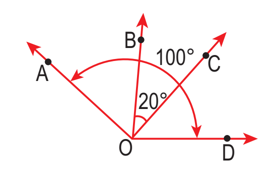
51. Si a la medida de un ángulo se le disminuye 3° más que la mitad del complemento del ángulo, resulta un quinto de la diferencia entre el suplemento del ángulo y el complemento del ángulo. ¿Cuánto mide dicho ángulo?

A) 27° B) 36° C) 48°
D) 54° E) 44°

52. Si el complemento de un ángulo es al suplemento de la mitad del mismo ángulo como 1 es a 3; ¿cuánto mide dicho ángulo?

A) 20° B) 36° C) 45°
D) 60° E) 90°

53. En la figura, calcula la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos AOC y BOD.

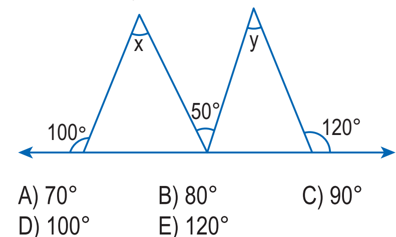


A) 40° B) 60° C) 20°
D) 50° E) 30°

54. Se tienen los ángulos consecutivos AOB; BOC y COD, de modo que $\overrightarrow{OA}$ y $\overrightarrow{OC}$ son rayos opuestos; $m\angle AOB + m\angle COD = 200°$. Calcula la $m\angle AOB$; si BOD es un ángulo recto.

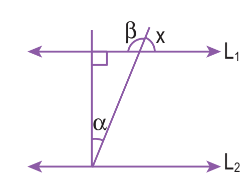
A) 145° B) 45° C) 135°
D) 125° E) 120°

55. Calcula x + y.



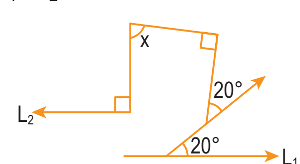
A) 70° B) 80° C) 90°
D) 100° E) 120°

56. Si: β + α = 150° y $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, halla x.



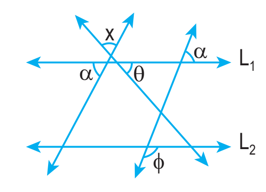
A) 30° B) 41° C) 60°
D) 75° E) 80°

57. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



A) 40° B) 60° C) 20°
D) 45° E) 50°

58. En el gráfico, $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$; además: $\phi - \theta = 75°$. Calcula x.



A) 37,5° B) 25° C) 15°
D) 75° E) 30°

NIVEL 3

Comunicación matemática

59. Halla la medida de un ángulo, si su complemento es igual a 4 veces la medida de dicho ángulo.

A) 45° B) 30° C) 22°30' D) 18° E) 36°

60. Alrededor de un punto O se trazan los rayos OA, OB, OC, OD y OE en sentido horario, de modo que:

$\overleftrightarrow{OP}$ es bisectriz del ∠AOB.

$\overleftrightarrow{OD}$ es bisectriz del ∠BOE y la bisectriz $\overleftrightarrow{OQ}$ del ∠DOE es perpendicular a la bisectriz $\overrightarrow{OB}$ del ∠AOD. Calcula la m∠POQ.

A) 150° B) 110° C) 100° D) 90° E) 120°

61. Reconoce las propiedades de congruencia, si m∠AOB = m∠PQR y m∠PQR = m∠XYZ

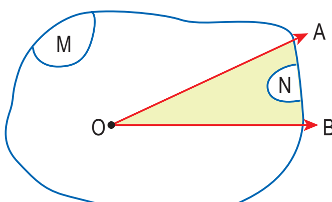
I. Propiedad: ...., se cumple cuando ∠AOB ≅ ∠BOA

II. Propiedad: ...., se cumple cuando ∠AOB ≅ ∠PQR y ∠PQR ≅ ∠XYZ ⇒ ∠AOB ≅ ∠XYZ

III. Propiedad ...., se cumple cuando ∠AOB ≅ ∠PQR y ∠PQR ≅ ∠AOB

62. Señala en los recuadros las alternativas correctas (✓) o incorrectas (✗).

Si el ángulo AOB define las regiones M y N en el plano que lo contiene:



Región interna es:		Región externa es:	
I. ▱M ∩ ▱N	( )	I. ▱M ∪ ▱N	( )
II. ▱M ∪ $\overrightarrow{OB}$ ∪ $\overrightarrow{OA}$	( )	II. ▱M ∪ $\overrightarrow{OB}$ ∪ $\overrightarrow{OA}$	( )
III. ▱N ∪ $\overrightarrow{OB}$ ∪ $\overrightarrow{OA}$	( )	III. ▱N ∪ $\overrightarrow{OB}$ ∪ $\overrightarrow{OA}$	( )

Razonamiento y demostración

63. S: suplemento; C: complemento

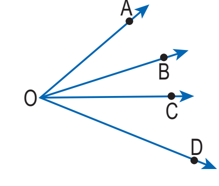
Reduce: $E = \dfrac{SC_{(50°)} - SS_{(139°)}}{CCC_{(89°)}}$

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

64. Si: (m∠AOB)(m∠COD) = 98° y

(m∠AOB)(m∠BOD) + (m∠AOC)(m∠COD) = (m∠AOD) (m∠BOC).

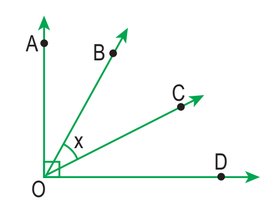
Calcula la m∠BOC.



A) 10° B) 12° C) 14° D) 16° E) 18°

65. Calcula el valor de x, si:

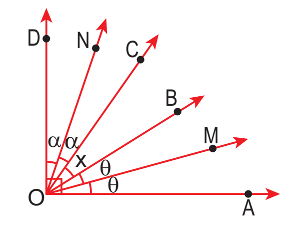
m∠AOC + m∠BOD = 7x



A) 10° B) 18° C) 15°
D) 12° E) 20°

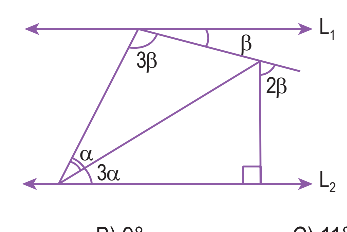
66. Del gráfico mostrado, ∠MON = 3m ∠BOC.

Calcula el valor x.



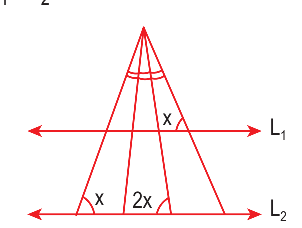
A) 12° B) 20° C) 18°
D) 24° E) 16°

67. Calcula α, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



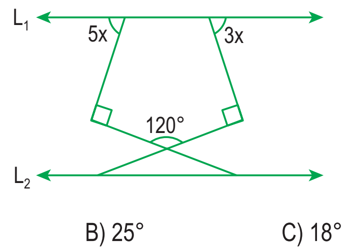
A) 3° B) 9° C) 11°
D) 15° E) 18°

68. Calcula x, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$.



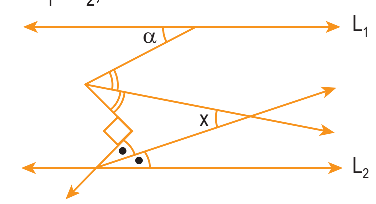
A) 10° B) 17° C) 23°
D) 46° E) 36°

69. En la figura, si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, halla x.



A) 20° B) 25° C) 18°
D) 10° E) 15°

70. Si: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.

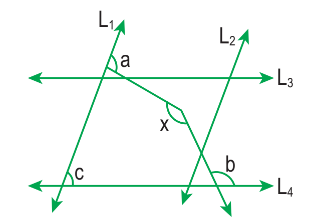


A) $45° - \frac{\alpha}{2}$ B) $45° - \alpha$

C) $45° + \frac{\alpha}{2}$ D) $90° - \frac{\alpha}{2}$

E) $60° - \frac{\alpha}{3}$

71. Del gráfico, halla x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ y $\overleftrightarrow{L_3} \parallel \overleftrightarrow{L_4}$.



A) a – b – c B) b + c – a
C) a + b + c D) a + b – c
E) a + c – b

Resolución de problemas

72. Se dan los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tales que: m∠AOD = a y m∠BOC = b (a > b). Se traza $\overrightarrow{OX}$ bisectriz del ∠AOB, $\overrightarrow{OY}$ bisectriz del ∠COD, $\overrightarrow{OP}$ bisectriz del ∠AOY y finalmente $\overrightarrow{ON}$ bisectriz del ∠XOD. Calcula la m∠PON.

A) $\frac{a+b}{2}$ B) $\frac{a+b}{4}$ C) $\frac{a-b}{2}$

D) $\frac{a-b}{4}$ E) $\frac{a+b}{3}$

73. Se tienen cinco ángulos cuyas medidas suman 180° y forman una progresión aritmética. Si la medida del ángulo menor es igual a la raíz cuadrada de la medida del mayor. ¿Cuánto mide el menor ángulo?

A) 40° B) 32° C) 24°
D) 16° E) 8°

74. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, donde la m∠AOB + m∠COD = 70°.
Calcula: m∠XOY; $\overrightarrow{OX}$ es bisectriz del ∠AOC y $\overrightarrow{OY}$ es bisectriz del ∠BOD.

A) 80° B) 45° C) 40°
D) 35° E) 30°

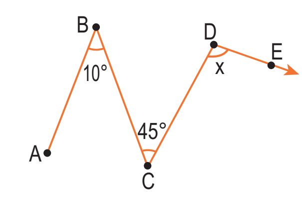
75. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que:
m∠AOC – m∠BOD = 10° y
la m∠MON = 100°. Siendo $\overleftrightarrow{OM}$ y $\overleftrightarrow{ON}$ bisectrices de los ángulos ∠AOB y ∠COD respectivamente. Calcula m∠AOC.

A) 105° B) 104°
C) 103° D) 102°
E) 101°

76. Dados los ángulos adyacentes suplementarios AOB y BOC (m∠AOB > m∠BOC), se trazan las bisectrices $\overleftrightarrow{OM}$ y $\overleftrightarrow{ON}$ de los ángulos AOB y BOC, respectivamente. Calcula la medida del ángulo que forman las bisectrices de los ángulos AON y MOC.

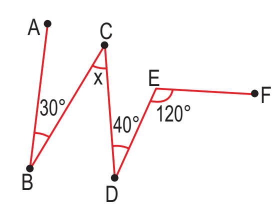
A) 30° B) 45°
C) 50° D) 60°
E) 53°

77. Si: $\overline{AB} \perp \overline{DE}$, calcula x.



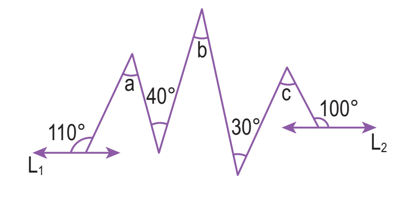
A) 90° B) 100°
C) 125° D) 105°
E) 140°

78. Si: $\overline{AB} \perp \overline{EF}$, calcula x.



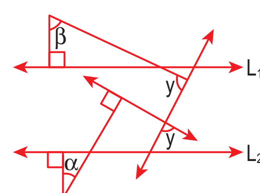
A) 10° B) 20°
C) 30° D) 40°
E) 50°

79. Calcula a + b + c, si: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



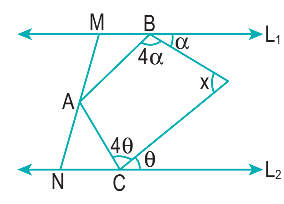
A) 70° B) 80°
C) 90° D) 100°
E) 110°

80. Si: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ y α + β = 66°, calcula el valor de y.



A) 133° B) 114°
C) 166° D) 111°
E) 102°

81. En la figura mostrada: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$; AM = MB y AN = NC. Calcula x.



A) 30° B) 53°
C) 37° D) 54°
E) 15°



Claves

NIVEL 1

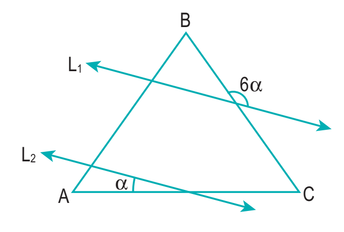
1.	10. D	21. C	32. B	42. B	53. A	63. A	74. D
2. A	11. D	22. B	33. B	43. D	54. A	64. C	75. A
3.	12. C	23. B	34. E	44. C	55. C	65. C	76. B
4.	13. C	24. D	35. D	45. D	56. C	66. C	77. C
5. C	14. B	25. B	36. D	46. C	57. A	67. D	78. D
6. C	15. E	26. E	**NIVEL 2**	47. C	58. D	68. E	79. D
7. C	16. D	27. A	37.	48. B	**NIVEL 3**	69. E	80. E
8. C	17. B	28. E	38.	49. A	59. D	70. A	81. D
9. B	18. E	29. D	39. A	50. B	60. E	71. D	
	19. B	30. B	40. C	51. E	61.	72. D	
	20. C	31. A	41. E	52. B	62.	73. E	



Aplicamos lo aprendido

TEMA 3: TRIÁNGULOS

1 Si el $\triangle ABC$ es equilátero y $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, halla el valor de α.

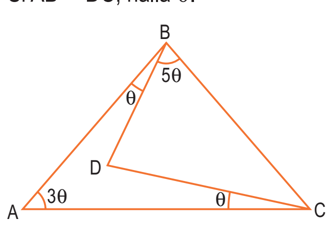


A) 20° B) 21° C) 22°
D) 23° E) 24°

2 En un triángulo ABC: $m\angle A = 2m\angle C$. Halla el máximo y mínimo valor entero que puede tomar BC, si AB = 3.

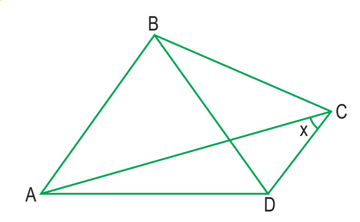
A) 4 y 3 B) 6 y 3 C) 6 y 2
D) 5 y 4 E) 5 y 3

3 Si AB = DC, halla θ.



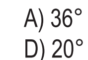
A) 10° B) 15° C) 18°
D) 20° E) 26°

4 Halla x, si: AB = BC = AD = BD



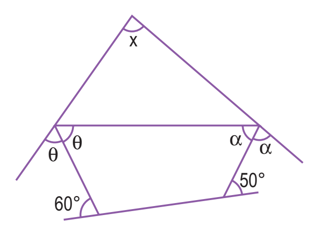
A) 20° B) 25° C) 40°
D) 35° E) 30°

5 En un triángulo ABC, se traza la bisectriz interior $\overline{BP}$, $P \in \overline{AC}$ de modo que AB = BP = PC. Calcula el ángulo formado por las bisectrices interior del $\angle B$ y exterior del $\angle A$.



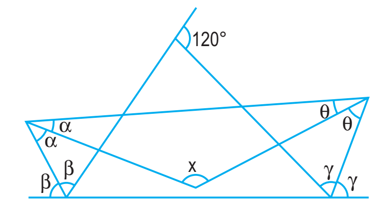
A) 36° B) 16° C) 18°
D) 20° E) 26°

6 Calcula x.



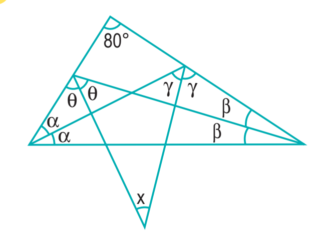
A) 35° B) 40° C) 45°
D) 50° E) 38°

7 Calcula x.



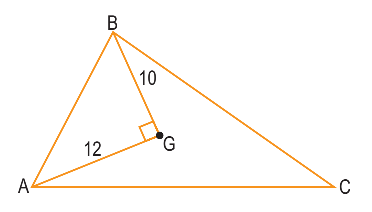
A) 90°　　B) 100°　　C) 110°
D) 60°　　E) 120°

8 Calcula x.



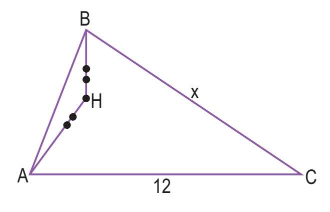
A) 15°　　B) 20°　　C) 40°
D) 25°　　E) 30°

9 Calcula AC, si G es el baricentro del triángulo ABC.



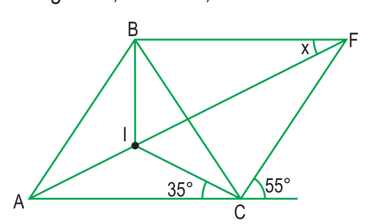
A) 13　　B) 18　　C) 26
D) 20　　E) 24

10 Calcula el valor de x, si H es el ortocentro del triángulo ABC.



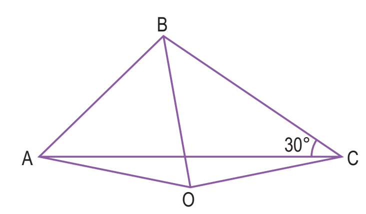
A) 8　　B) 10　　C) 16
D) 14　　E) 12

11 Del gráfico, calcula x, si I es el incentro del triángulo ABC.



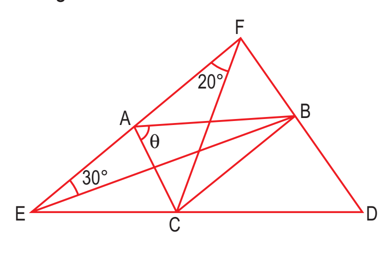
A) 30°　　B) 35°　　C) 40°
D) 45°　　E) 55°

12 Calcula OC, si AB = 6 y O es el circuncentro del triángulo ABC.



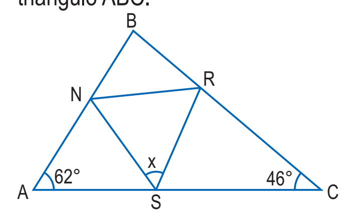
A) $3\sqrt{2}$　　B) $3\sqrt{3}$　　C) 6
D) $6\sqrt{3}$　　E) $6\sqrt{2}$

13 Calcula θ, si el triángulo EFD es el triángulo exincentral del triángulo ABC.



A) 70°　　B) 75°　　C) 80°
D) 85°　　E) 90°

14 Calcula x, si el triángulo NRS es el triángulo tangencial del triángulo ABC.



A) 24°　　B) 27°　　C) 30°
D) 36°　　E) 54°

Claves

1. E	3. B	5. C	7. E	9. C	11. B	13. C
2. D	4. E	6. B	8. D	10. E	12. C	14. E

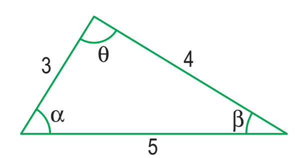
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.



I. $\alpha < \beta$ ( )
II. $\beta > \theta$ ( )
III. $\theta = 90°$ ( )
IV. $\theta < \alpha + \beta$ ( )

2. Relaciona los conceptos con las figuras.

I. Triángulo rectángulo e isósceles ( )

60°

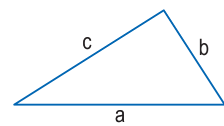
II. Triángulo escaleno y obtusángulo ( )

45°

III. Triángulo equilátero y acutángulo ( )

30°
10°

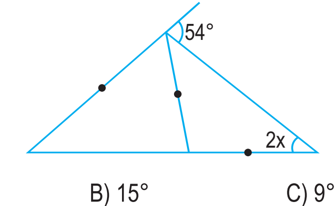
3. Rellena los recuadros con los símbolos <; > o = según corresponda.



I. Si: a^2 ☐ $b^2 + c^2 \Rightarrow$ es un triángulo rectángulo
II. Si: a^2 ☐ $b^2 + c^2 \Rightarrow$ es un triángulo acutángulo
III. Si: a^2 ☐ $b^2 + c^2 \Rightarrow$ es un triángulo obtusángulo

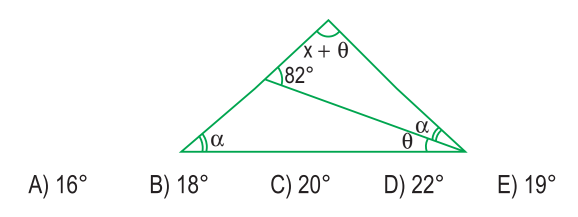
Razonamiento y demostración

4. Halla x.



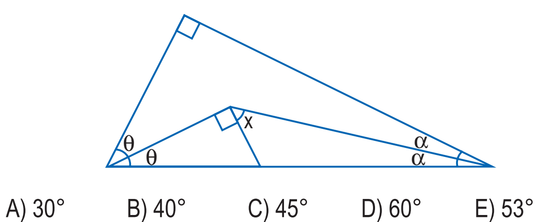
A) 12° B) 15° C) 9°
D) 16° E) 18°

5. Halla x.



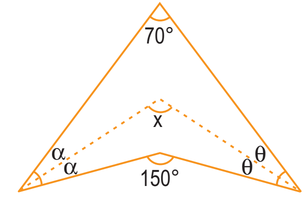
A) 16° B) 18° C) 20° D) 22° E) 19°

6. Calcula x.



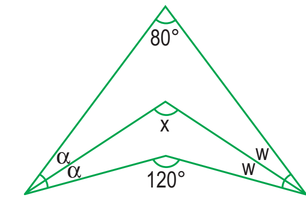
A) 30° B) 40° C) 45° D) 60° E) 53°

7. Calcula x.



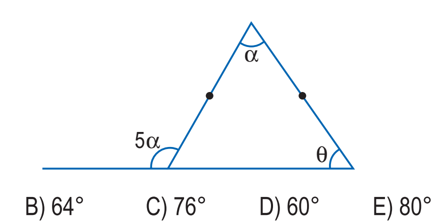
A) 110° B) 120° C) 10° D) 140° E) 150°

8. Calcula x.



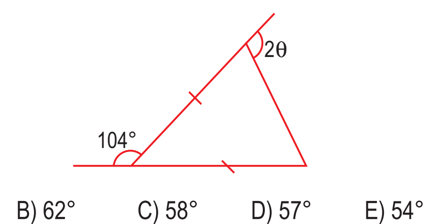
A) 90° B) 100° C) 100° D) 140° E) 104°

9. Halla θ.



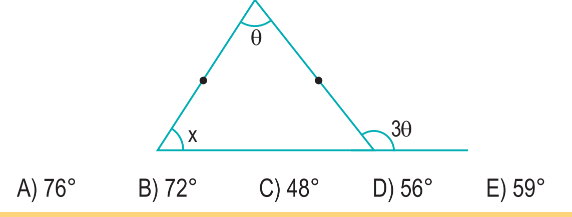
A) 82° B) 64° C) 76° D) 60° E) 80°

10. Halla θ.



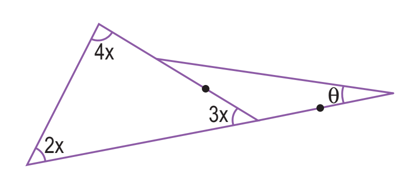
A) 64° B) 62° C) 58° D) 57° E) 54°

11. Halla x.



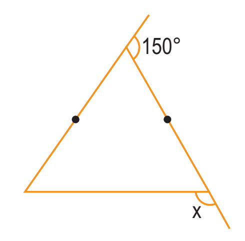
A) 76° B) 72° C) 48° D) 56° E) 59°

12. Calcula θ.



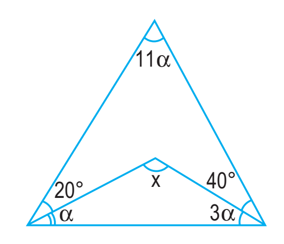
A) 15°	B) 20°	C) 30°
D) 60°	E) 25°

13. Calcula x.



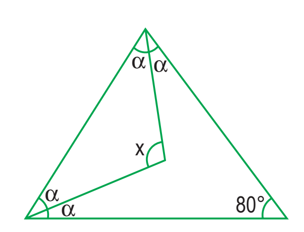
A) 115°	B) 125°	C) 100°
D) 140°	E) 105°

14. Calcula x.



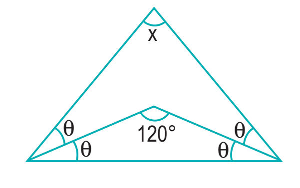
A) 142°	B) 145°	C) 148°
D) 120°	E) 132°

15. Halla x.



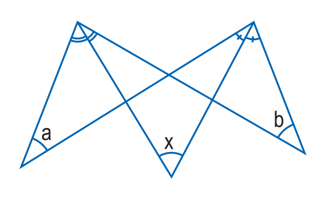
A) 120°	B) 116°	C) 145°
D) 135°	E) 130°

16. Halla x.



A) 40°	B) 50°	C) 70°
D) 80°	E) 60°

17. Si a + b = 40°, calcula x.



A) 10°	B) 20°	C) 15°
D) 30°	E) 40°

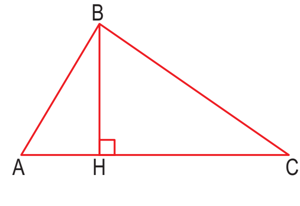
Resolución de problemas

18. Los lados de un triángulo miden (a + 2), (a + 3) y 8. Calcula el menor valor entero que puede tomar a para que el triángulo exista.

A) 1	B) 3	C) 2
D) 4	E) 5

19. Calcula el máximo valor entero de BH, si:

AB + BC = 15.



A) 6	B) 7	C) 8
D) 9	E) 10

20. Se tiene un triángulo MNP tal que las bisectrices exteriores de M y P se intersecan en E.

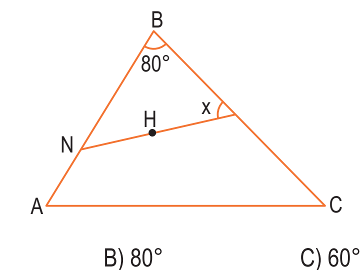
Calcula la m∠N, si 2m∠N + m∠MEP = 117°.

A) 54°	B) 18°	C) 26°
D) 30°	E) 42°

21. En un triángulo ABC se traza la bisectriz interior BD, tal que la m∠DBA = 36° y m∠BCD = 52°. Calcula la m∠BAD.

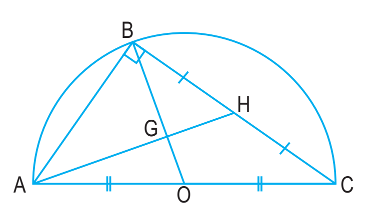
A) 56°	B) 63°	C) 70°
D) 71°	E) 77°

22. Calcula x, si H es el ortocentro del triángulo ABC, además AN = NH.



A) 70°	B) 80°	C) 60°
D) 50°	E) 40°

23. Sea el triángulo rectángulo ABC, calcula OG.
O: circuncentro
G: baricentro



A) $\frac{AC}{3}$ B) 2(AC) C) $\frac{AC}{6}$
D) AC E) 3(AC)

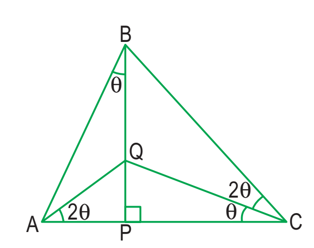
24. En un triángulo, la m∠ABC = 60°. Calcula m∠OIC, siendo O el circuncentro e I el incentro del triángulo ABC, además la m∠AIO = 90°.

A) 25° B) 28° C) 30°
D) 35° E) 40°

25. En un triángulo ABC, se trazan las bisectrices interiores $\overline{AD}$ y $\overline{CQ}$, que se intersecan en P, calcula la m∠QPD, si la m∠ABC = 60°.

A) 90° B) 100° C) 120°
D) 150° E) 160°

26. Del gráfico, calcula θ si Q es ortocentro.

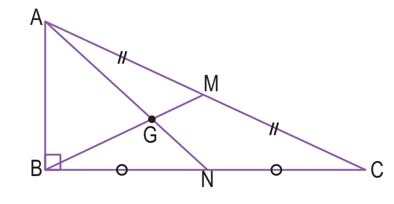


A) 10° B) 18° C) 13°
D) 15° E) 14°

NIVEL 2

Comunicación matemática

27. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

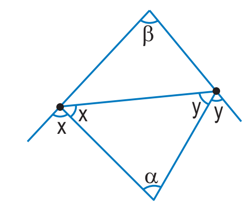


I. $4(AB)^2 + 4(BC)^2 = 4(AM)^2$ ( )
II. BG = 3GM ( )
III. 2GN = AG ( )
IV. AM = MC = BM ( )

28. Señala la definición correcta (✓) o incorrecta (✗)

I. Un triángulo es la reunión de tres segmentos de recta no paralelas entre sí. ( )
II. Un triángulo es un polígono de tres lados. ( )
III. Un triangulo es la reunión de tres puntos no colineales y los segmentos que los unen. ( )

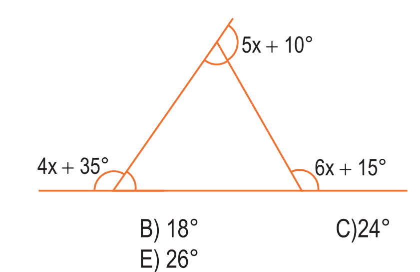
29. Completa con los símbolos de la siguiente figura según corresponda:



- ☐ + 180° = ☐ + 2y
- α + ☐ = x + ☐
- ☐ = 90° − $\frac{☐}{2}$

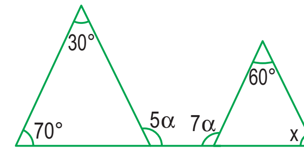
Razonamiento y demostración

30. Halla x.



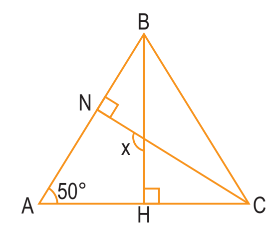
A) 20° B) 18° C)24°
D) 25° E) 26°

31. En la figura, calcula x.



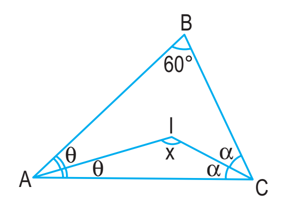
A) 90° B) 100° C) 80°
D) 120° E) 110°

32. Halla x.



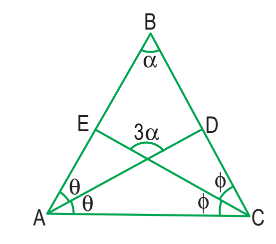
A) 90° B) 100° C) 120°
D) 130° E) 150°

33. Del gráfico, calcula x.



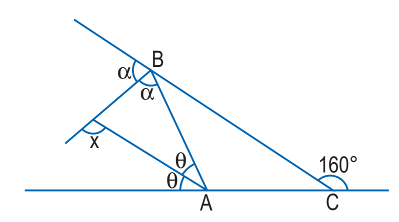
A) 60° B) 70° C) 120°
D) 80° E) 85°

34. Del gráfico, calcula α.



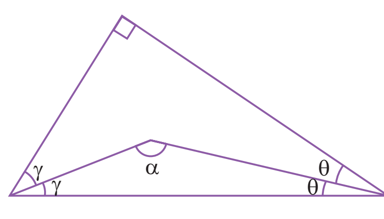
A) 50° B) 26° C) 40°
D) 36° E) 35°

35. Calcula x.



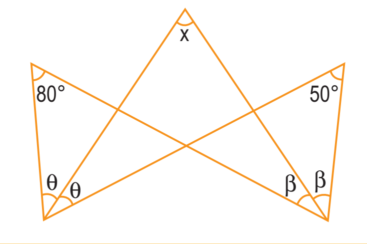
A) 95° B) 105° C) 100°
D) 106° E) 110°

36. Halla el suplemento de α.



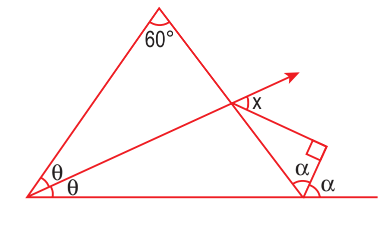
A) 30° B) 36 ° C) 45°
D) 28° E) 55°

37. Halla x.



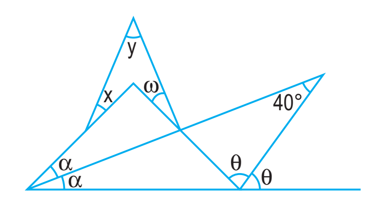
A) 72° B) 56° C) 59°
D) 38° E) 65°

38. Calcula x.



A) 30° B) 60° C) 37°
D) 40° E) 50°

39. Calcula $x + y + \omega$.



A) 80° B) 90° C) 100°
D) 140° E) 120°

Resolución de problemas

40. Los lados de un triángulo isósceles miden 9 y 20. Calcula su perímetro.

A) 38 B) 40 C) 48
D) 49 E) 38 ó 49

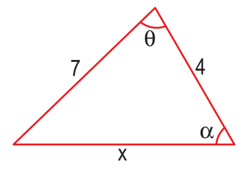
41. Calcula el mayor valor entero del lado AB de un triángulo obtusángulo ABC ($m\angle B > 90°$), si: $AC = 16$ y $BC = 4$

A) 16 B) 15 C) 17
D) 19 E) 18

42. En un triángulo isósceles ($AB = BC$), sobre los lados $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ se consideran los puntos E y F respectivamente, se traza $\overline{EF}$ tal que: $BE = BF$. Si $m\angle ABE = 32°$, halla $m\angle FEC$.

A) 16° B) 32° C) 40°
D) 48° E) 24°

43. Si $\alpha < \theta$, ¿cuántos valores enteros puede tomar x para que el triángulo exista?

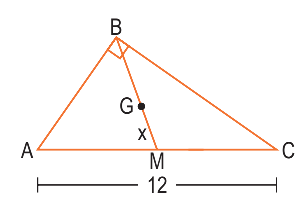


A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

44. Sobre la bisectriz de un ángulo AOB se ubica el punto P. La mediatriz de $\overline{OP}$ interseca a $\overline{AO}$ en M y a $\overline{OB}$ en N. Calcula la m$\angle$MPN, si OM = MN.

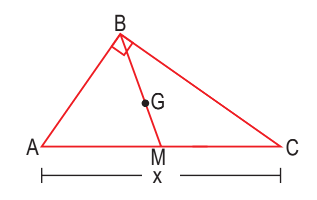
A) 30° B) 40° C) 50°
D) 60° E) 70°

45. Si G es baricentro, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

46. G es baricentro del $\triangle$ABC. Calcula x, si BG = 10.



A) 20 B) 40 C) 30
D) 50 E) 65

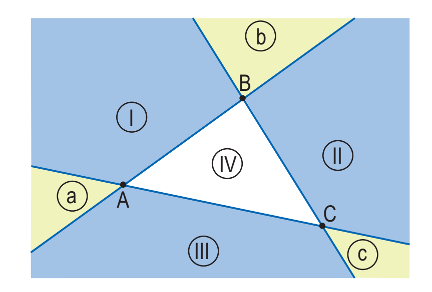
47. En un triángulo acutángulo ABC se sabe que m$\angle$B = 50°. Se trazan las alturas AH y CP las cuales se cortan en Q. Halla la m$\angle$PQH.

A) 50° B) 100° C) 80°
D) 130° E) 150°

NIVEL 3

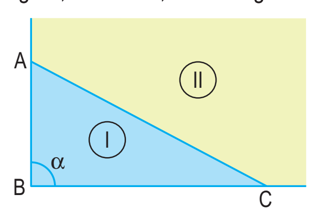
Comunicación matemática

48. Relaciona según lo mostrado en la siguiente figura, usando flechas:



- Región relativa a $\overline{AC}$ — Región IV
- Región interna — Región II
- Región relativa a $\overline{BC}$ — Región III

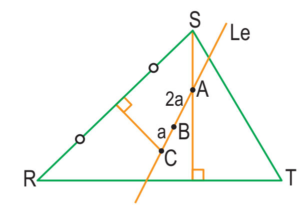
49. De la siguiente figura; colocar >; < o = según corresponda:



Sea O el cinrcuncentro del $\triangle$ABC.

- O ∈ región (I), si α ☐ 90°
- O ∈ $\overline{AC}$, si α ☐ 90°
- O ∈ región (II), si α ☐ 90°

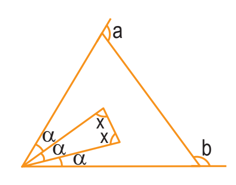
50. Rellena los recuadros con las letras A, B y C, si L_e es la recta de Euler del $\triangle$RST.



- ☐ es baricentro del $\triangle$RST.
- ☐ es ortocentro del $\triangle$RST.
- ☐ es circuncentro del $\triangle$RST.

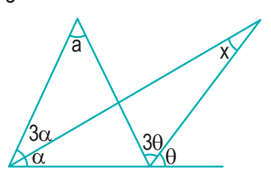
Razonamiento y demostración

51. Si a + b = 240°, calcula x.



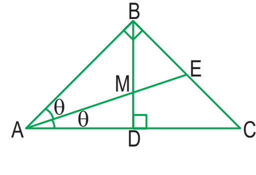
A) 90° B) 100° C) 80°
D) 120° E) 60°

52. En la figura, x es igual a:



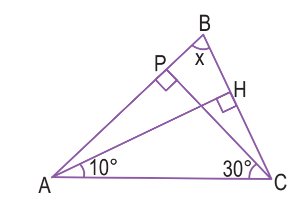
A) a/2 B) a/3 C) a/4
D) a/5 E) 2a/3

53. Del gráfico, calcula BE, si BM = 4.



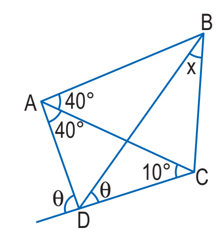
A) 4 B) 9 C) 8
D) 5 E) 10

54. Del gráfico, calcula x.



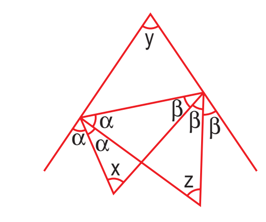
A) 20° B) 40° C) 10° D) 30° E) 35°

55. Calcula x, si AC = BC.



A) 15° B) 40° C) 30° D) 25° E) 20°

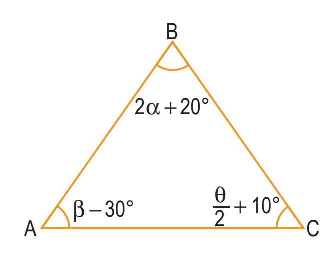
56. En la figura, halla: x + y + z.



A) 360° B) 120° C) 270° D) 180° E) 540°

Resolución de problemas

57. Si el △ABC es equilátero, halla $\alpha + \beta + \theta$.



A) 250° B) 210° C) 205° D) 220° E) 190°

58. Por el vértice B de un triángulo ABC, cuyo perímetro es 16, se trazan paralelas a las bisectrices interiores de A y C las que intersecan a $\overline{AC}$ en P y Q. Calcula PQ.

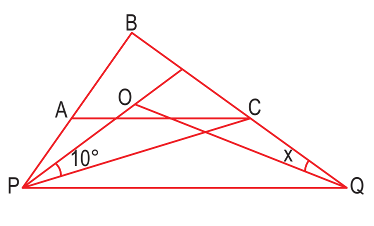
A) 8 B) 16 C) 24 D) 18 E) 32

59. En un triángulo ABC la mediana AM y la bisectriz BF se intersecan perpendicularmente. Calcula:

$$E = \frac{AB}{BM} + \frac{BC}{AB} + \frac{AB}{CM}$$

A) 3 B) 3,5 C) 4 D) 4,5 E) 2

60. Según el gráfico, calcula x, si O es el circuncentro del triángulo ABC y además es el ortocentro del triángulo PBQ.



A) 20° B) 8° C) 9° D) 10° E) 11°

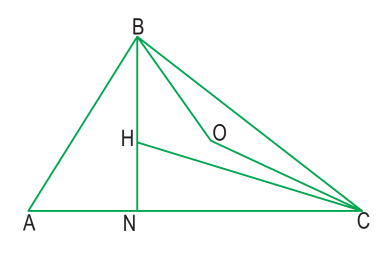
61. En un triángulo ABC, H es el ortocentro e I es el incentro, tal que $I \in \overline{BH}$, calcula la m∠HBC, si: m∠HAI = m∠ABH.

A) 16° B) 15° C) 12° D) 15° E) 18°

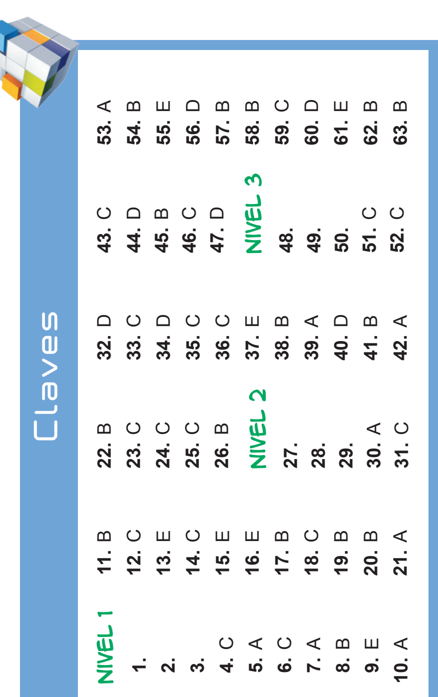
62. Se tiene un triángulo isósceles ABC (AB = BC) en el cual se traza la ceviana $\overline{CF}$. Si O es el circuncentro del triángulo AFC. Calcula la m∠OCF siendo la m∠ABC = 36°, además la m∠CFB = m∠BOC.

A) 9° B) 18° C) 27° D) 36° E) 30°

63. En el gráfico: H es el ortocentro del triángulo ABC, O es el circuncentro del triángulo ABC y $\frac{HB}{OB} = \frac{6}{5}$. Calcula la suma de las medidas de los ángulos HCO y OBC.



A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°



Claves

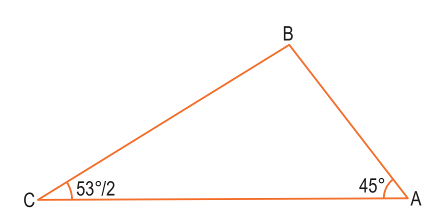
NIVEL 1	11. B	22. B	32. D	43. C	53. A
1.	12. C	23. C	33. C	44. D	54. B
2.	13. E	24. C	34. D	45. B	55. E
3.	14. C	25. C	35. C	46. C	56. D
4. C	15. E	26. B	36. C	47. D	57. B
5. A	16. E	NIVEL 2	37. E	NIVEL 3	58. B
6. C	17. B	27.	38. B	48.	59. C
7. A	18. C	28.	39. A	49.	60. D
8. B	19. B	29.	40. D	50.	61. E
9. E	20. B	30. A	41. B	51. C	62. B
10. A	21. A	31. C	42. A	52. C	63. B

Aplicamos lo aprendido



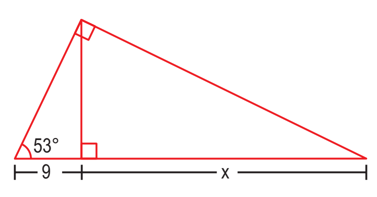
TEMA 4: TRIÁNGULOS RECTÁNGULOS NOTABLES

1 Calcula AC, si: AB = $6\sqrt{2}$.



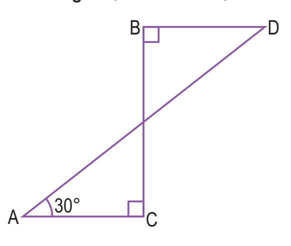
A) 18 B) 20 C) 22
D) $12\sqrt{2}$ E) $16\sqrt{2}$

2 Calcula x.



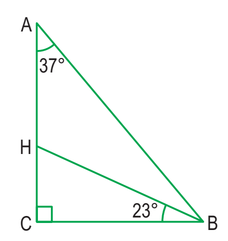
A) 15 B) 16 C) 18
D) 12 E) 20

3 En la figura, calcula AD, si: BC = $4\sqrt{3}$.



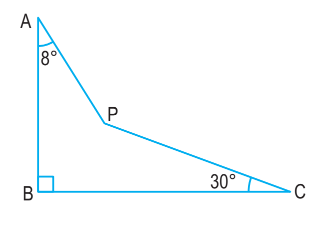
A) 12 B) $12\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{3}$
D) $12\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{2}$

4 Calcula BH, si: AH = 20.



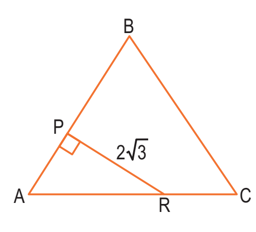
A) 16 B) 12 C) 24
D) 20 E) 18

5 En la figura: AP = $5\sqrt{2}$, PC = $6\sqrt{3}$. Calcula BC.



A) 8 B) 9 C) 10
D) $8\sqrt{2}$ E) $10\sqrt{3}$

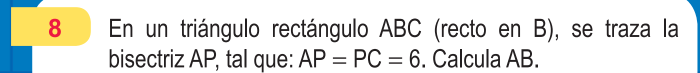
6 Calcula el perímetro del triángulo equilátero ABC, si: AR = 2RC.



A) 16 B) 18 C) $18\sqrt{3}$
D) 15 E) $16\sqrt{2}$

7 En un triángulo ABC, sobre $\overline{AC}$ se ubica un punto E, tal que: AE = 2BC; la m∠EBC = 15° y además la m∠C = 30°. Calcula la m∠A.

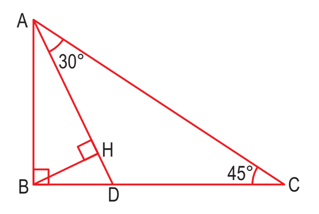
A) 15° B) 22,5° C) 18,5°
D) 14° E) 26,5°



8 En un triángulo rectángulo ABC (recto en B), se traza la bisectriz AP, tal que: AP = PC = 6. Calcula AB.

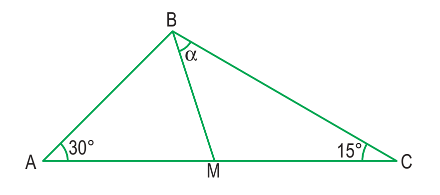
A) 3 B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$ E) $2\sqrt{2}$

9 Calcula BH, si: DC = $4\sqrt{2}$.



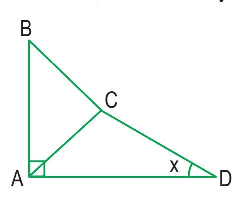
A) 1 B) 2,5 C) 4
D) 2 E) 3

10 En la figura, calcula la medida del ángulo α, si: AM = MC.



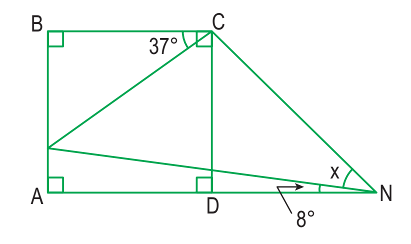
A) 45° B) 37° C) 30°
D) 15° E) 20°

11 Calcula x, si AB = CD y AC = CB.



A) 15° B)45° C)53°
D) 30° E) 60°

12 Calcula x, en el cuadrado ABCD.

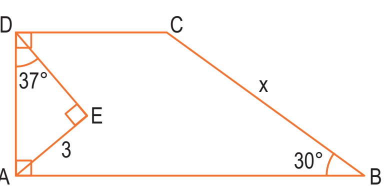


A) 30° B) 60° C) 45°
D) 55° E) 37°

13 En un triángulo ABC se traza AF perpendicular a la mediana BM, halla m∠MBC, si BC = 2(AF).

A) 15° B) 45° C) 37°
D) 30° E) 60°

14 En el gráfico, calcula x.



A) 30 B) 20 C) 25
D) 10 E) 18

Claves

1. A	3. C	5. C	7. C	9. D	11. D	13. D
2. B	4. C	6. B	8. D	10. C	12. C	14. D



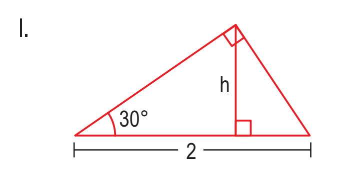
Practiquemos

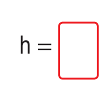
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Llena los recuadros con su valor correspondiente para cada uno de los casos

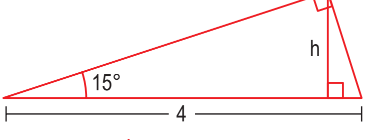
I.



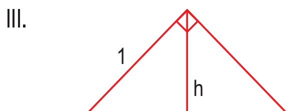
h = 

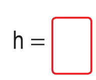


II.

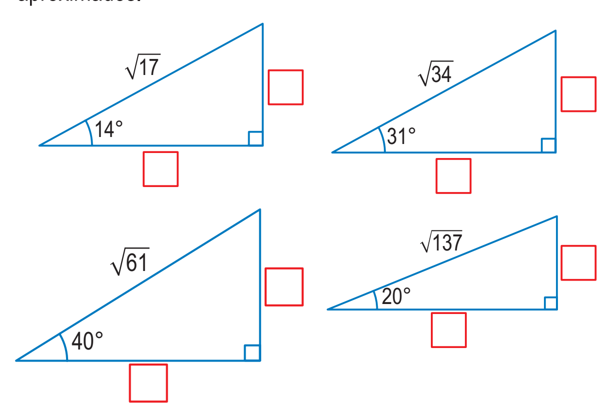


III.



h = 

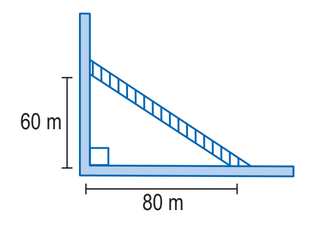
2. Completa los recuadros con los siguientes triángulos notables aproximados.



Razonamiento y demostración

3. Halla la longitud de la escalera.

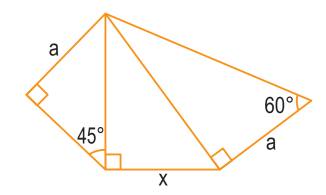
A) 90 m
B) 100 m
C) 120 m
D) 160 m
E) 180 m



4. En el triángulo ABC. Halla x.

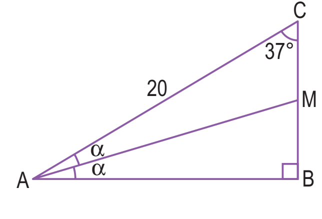
A) 15
B) 12
C) 18
D) $15\sqrt{2}$
E) $10\sqrt{2}$

5. Calcula x.



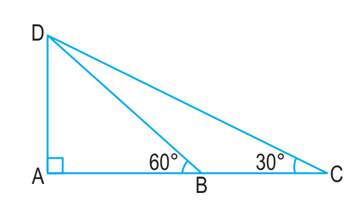
A) a　　B) $a\sqrt{2}$　　C) $a\sqrt{3}$
D) 2a　　E) $2a\sqrt{3}$

6. Calcula CM.



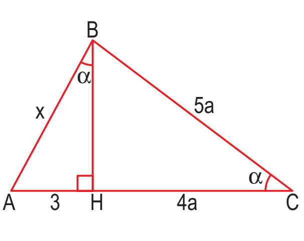
A) 6　　B) 8　　C) 10
D) 12　　E) 15

7. Halla CD, si: $AB = 6\sqrt{3}$.



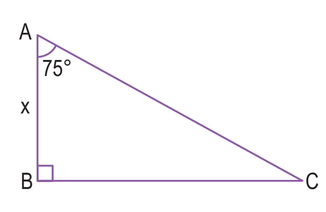
A) 20　　B) 24　　C) 27
D) 30　　E) 36

8. Halla x.



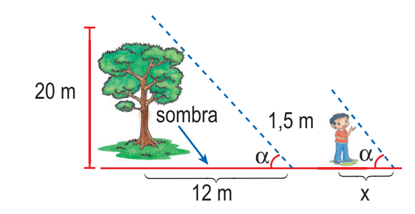
A) 8　　B) 5　　C) 9
D) 7　　E) 10

9. Halla x, si: $AC = 8(\sqrt{6} + \sqrt{2})$.



A) $\sqrt{6} + \sqrt{2}$　　B) $2\sqrt{6}$　　C) 8
D) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$　　E) $4\sqrt{2}$

10. Halla x



A) 90 cm B) 100 cm C) 70 cm
D) 120 cm E) 220 cm

Resolución de problemas

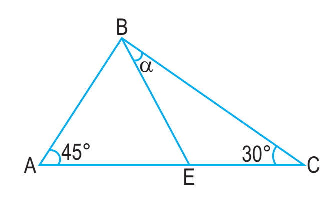
11. En un triángulo ABC, se traza la mediana BM y la perpendicular $\overline{AH}$ a la mediana BM.
Calcula AH, si BC = 16 m y m∠MBC = 30°.

A) 6 m B) 7 m C) 4 m
D) 8 m E) 10 m

12. Se tiene un triángulo ABC, en el cual BC = 5 y AC = 1. Calcula la m∠BAC, si además la m∠ACB = 127°.

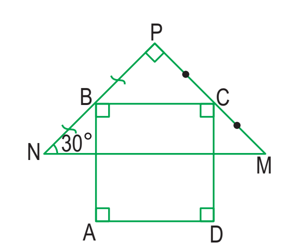
A) 35° B) 38° C) 40°
D) 42° E) 45°

13. Según la figura, AE = BC. Calcula α.



A) 10° B) 12° C) 14°
D) 15° E) 16°

14. Del gráfico mostrado, halla AC, si ABCD es un cuadrado y MC = 2.



A) $3\sqrt{2}$ B) $8\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{2}$
D) $7\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

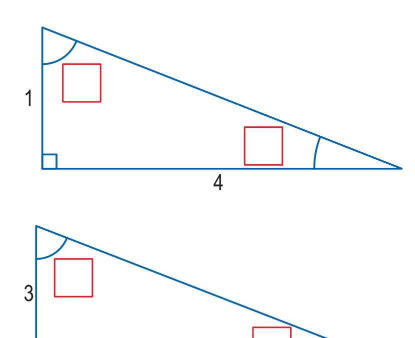
15. En un triángulo ABC, se traza la ceviana interior BD tal que AB = BD. Si m∠ABD = 37° y 3(AD) = 2(DC), calcula m∠ACB.

A) 30° B) 36° C) 37°
D) 45° E) 53°

NIVEL 2

Comunicación matemática

16. En cada caso completa los recuadros con los valores correspondientes.



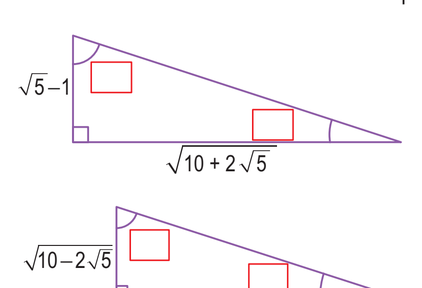
17. Coloca verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Todos los triángulos rectángulos exactos tienen ángulos de valor entero ( )

II. Todos los triángulos rectángulos pitagóricos tienen ángulos de valor irracional ( )

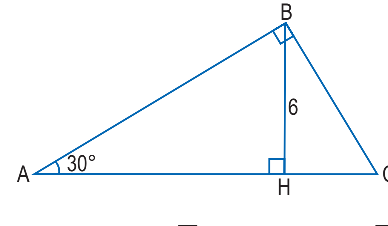
III. No existe un triángulo rectángulo pitagórico cuyos lados esten en progresión aritmética ( )

18. En cada caso rellena los cuadros con los valores correspondientes.



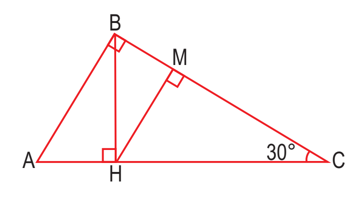
Razonamiento y demostración

19. Calcula AC.



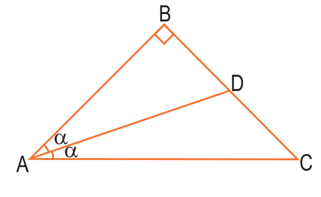
A) $8\sqrt{3}$ B) $4\sqrt{2}$ C) $6\sqrt{3}$
D) 12 E) 8

20. En la figura, calcula HM, si: AC = 64.



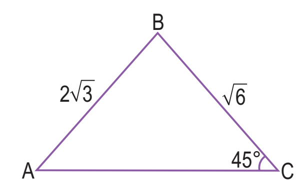
A) 20 B) $16\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$
D) 24 E) 30

21. En la figura, calcula α, si BD = 1 m y DC = 2 m.



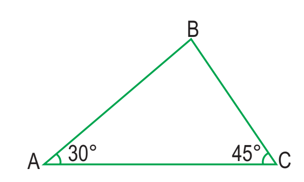
A) 30° B) 60° C) 45°
D) 37° E) 53°

22. En la figura, calcula AC.



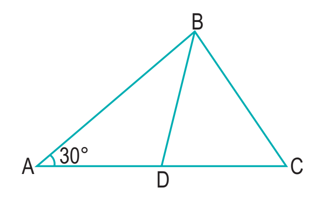
A) $\sqrt{2}+4$ B) $\sqrt{2}+2$ C) $\sqrt{3}+3$
D) $\sqrt{2}+3$ E) $\sqrt{5}+2$

23. Del gráfico, calcula BC, si AB = $\sqrt{2}$.



A) 0,2 B) 1 C) 0,4
D) 0,3 E) 0,5

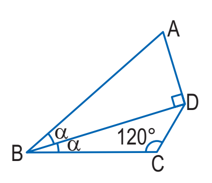
24. En la figura AB = 8 m y BD = BC = 5 m. Calcula CD.



A) 4 m B) 5 m C) 6 m
D) 7 m E) 8 m

Resolución de problemas

25. Del gráfico, AD = 4 y AB = BC + CD. Calcula CD.



A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 5,5

26. En un triángulo isósceles de base $\overline{AB}$ se traza la ceviana interior BD. Si AD = 2(DC) y m∠BCA = 53°, calcula m∠BDA.

A) 127°/2 B) 143°/2 C) 74º
D) 76° E) 72°

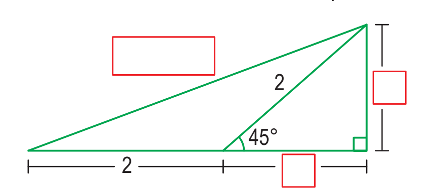
27. Se tiene el triángulo rectángulo ABC recto en B. En el exterior relativo a $\overline{BC}$ se ubica el punto E tal que BE = EC = AC y m∠BEC = 2(m∠ACB). Calcula m∠BCA.

A) 53°/2 B) 45° C) 37°
D) 30° E) 25°

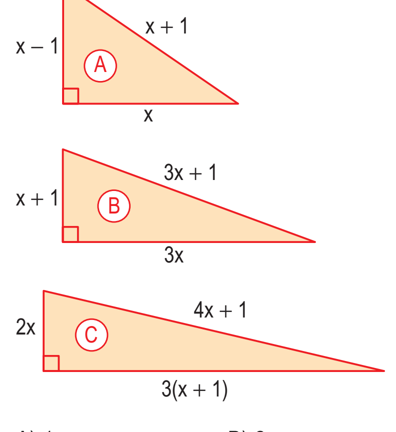
NIVEL 3

Comunicación matemática

28. Rellena los recuadros con los valores correspondientes

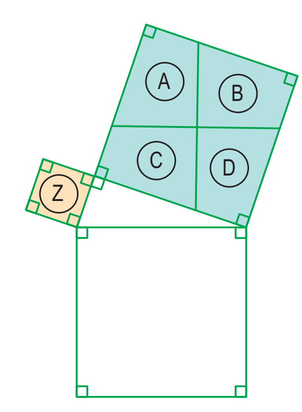


29. Para qué valor de x los tiángulos Ⓐ, Ⓑ y Ⓒ son triángulos pitagóricos,



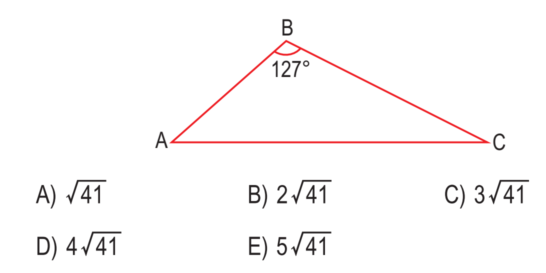
A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

30. Acomoda los cuadriláteros Ⓐ, Ⓑ, Ⓒ y Ⓓ junto con el cuadrado Ⓩ de tal manera que encajen perfectamente dentro del cuadrado que está sobre la hipotenusa del triángulo rectángulo.



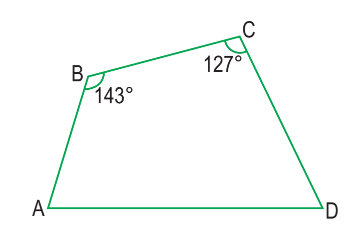
Razonamiento y demostración

31. Calcula AC del gráfico, si: AB = 4 y BC = 10.



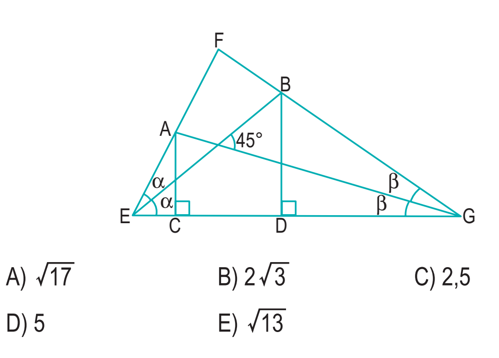
A) $\sqrt{41}$ B) $2\sqrt{41}$ C) $3\sqrt{41}$
D) $4\sqrt{41}$ E) $5\sqrt{41}$

32. En la figura, calcula AD, si AB = 2 m, BC = 10 m y CD = 4 m.



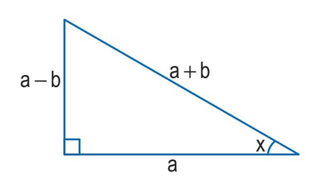
A) $12\sqrt{2}$ m B) $9\sqrt{2}$ m C) $8\sqrt{3}$ m
D) $7\sqrt{5}$ m E) $10\sqrt{2}$ m

33. En la figura, BD = 3 y AC = 2. Calcula AB.



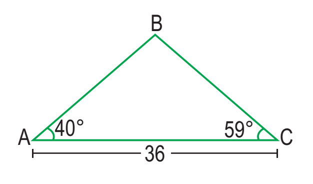
A) $\sqrt{17}$ B) $2\sqrt{3}$ C) 2,5
D) 5 E) $\sqrt{13}$

34. Según el gráfico, halla x.



A) 53° B) 45° C) 37°
D) 30° E) 15°

35. Según el gráfico, calcula AB.



A) 4 B) $4\sqrt{34}$ C) $4\sqrt{61}$
D) $2\sqrt{61}$ E) $24\sqrt{61}$

Resolución de problemas

36. En un triángulo ABC, m∠C = 30°. Se traza la mediana AM de modo que m∠MAC = 15°. Calcula la m∠MAB.

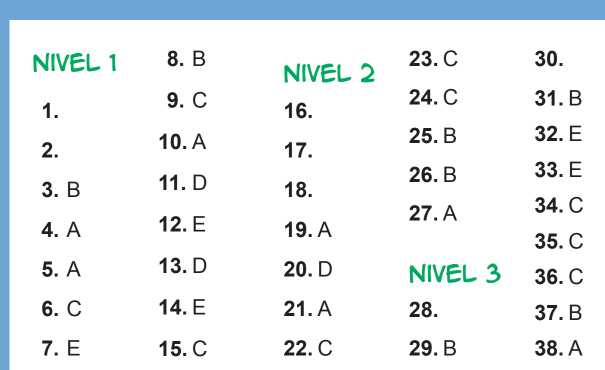
A) 18° B) 36° C) 30°
D) 35° E) 45°

37. En un triángulo equilátero se toma un punto interior de modo que las distancias de dicho punto a los lados miden a, b y c. Halla su altura.

A) a + b – c B) a + b + c C) a – b + c
D) b + c – a E) $\frac{a+b+c}{2}$

38. En un triángulo ABC, recto en B, BC = 4, $\overline{BM}$ es bisectríz interior ($M \in \overline{AC}$). Por F, punto medio de $\overline{MC}$, se traza una paralela a $\overline{AB}$ que corta a la prolongación de $\overline{BM}$ en el punto medio Q. Halla FQ

A) 2 B) 4 C) 6
D) 10 E) 12



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3. B
4. A
5. A
6. C
7. E
8. B
9. C
10. A
11. D
12. E
13. D
14. E
15. C

NIVEL 2
16.
17.
18.
19. A
20. D
21. A
22. C
23. C
24. C
25. B
26. B
27. A

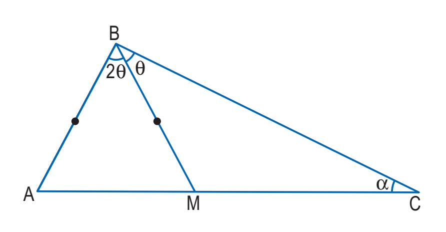
NIVEL 3
28.
29. B
30.
31. B
32. E
33. E
34. C
35. C
36. C
37. B
38. A

Aplicamos lo aprendido



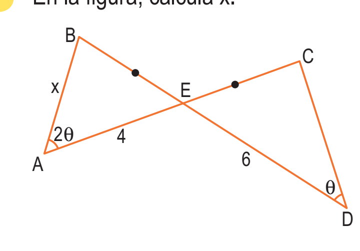
TEMA 5: CONGRUENCIA DE TRIÁNGULOS

1 En la figura, calcula el valor de α, si: AM = MC.



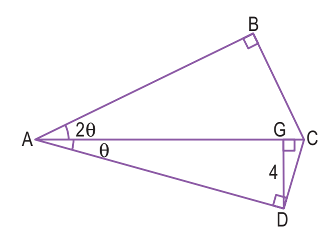
A) 10°　　B) 20°　　C) 25°
D) 30°　　E) 35°

2 En la figura, calcula x.



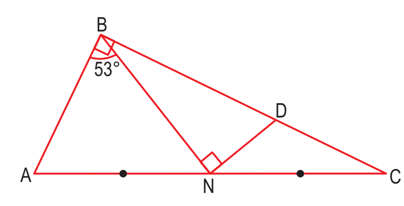
A) 2　　B) 3　　C) 1
D) 5　　E) 4

3 Del gráfico, calcula BC.



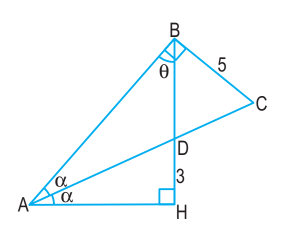
A) 4　　B) 6　　C) 5
D) 7　　E) 8

4 Calcula AC, si BD = 10.



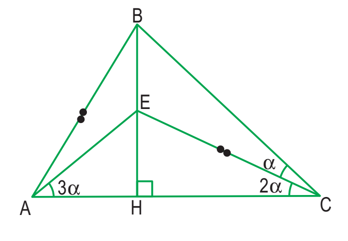
A) 12　　B) 14　　C) 15
D) 16　　E) 18

5 En la figura, calcula θ.



A) 30°　　B) 45°　　C) 37°
D) 60°　　E) 53°

6 En la figura, calcula α.



A) 10°　　B) 15°　　C) 18°
D) 25°　　E) 20°

7 En un triángulo isósceles ABC (AB = BC); m∠B = 80°. Halla m∠BFE, siendo E y F los puntos de tangencia sobre los lados AB y AC determinados por la circunferencia inscrita.

A) 15° B) 20° C) 25°
D) 40° E) 50°

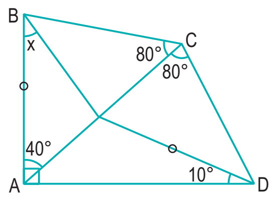
8 En un triángulo ABC (m∠B = 90°) se inscribe una semicircunferencia con diámetro sobre la hipotenusa y puntos de tangencia M en $\overline{AB}$ y N en $\overline{BC}$. Por A se traza la tangente $\overline{AP}$ a la prolongación de la semicircunferencia.
Si m∠C = 50°, halla m∠PMN.

A) 60° B) 65° C) 75°
D) 80° E) 85°

9 El ángulo A de un triángulo ABC mide 50°, calcula el ángulo formado al unir el punto medio del segmento que une el incentro y el excentro relativo a $\overline{BC}$. Con los vértices B y C.

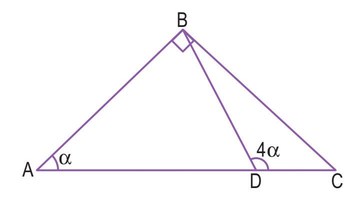
A) 80° B) 90° C) 100°
D) 120° E) 130°

10 En el gráfico, calcula x.



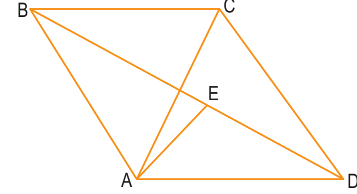
A) 10° B) 30° C) 15°
D) 20° E) 5°

11 En la figura adjunta, AD = 11 m y DC = 3 m, calcula BD.



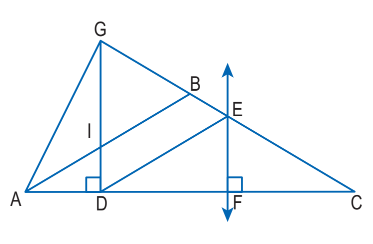
A) 3 m B) 2 m C) 6 m
D) 4 m E) 5 m

12 Si: $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$, BE = ED, BA = AC y CD = 8 m, calcula AE.



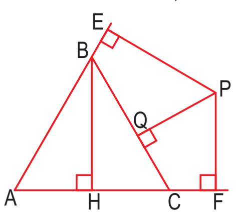
A) 4 m B) 9 m C) 3 m
D) 6 m E) 10 m

13 En la figura, $\overline{EF}$ es la mediatriz de $\overline{DC}$, $\overline{AB}$ // $\overline{DE}$ y AI = 20. Calcula BE.



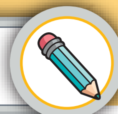
A) 5 B) 7 C) 10
D) 6 E) 8

14 En la figura el △ABC es equilátero y P es un punto exterior relativo al lado $\overline{BC}$,demuestra que BH = PE + PF – PQ



Claves

1. D	3. E	5. C	7. C	9. E	11. D	13. C
2. A	4. D	6. B	8. E	10. A	12. A	14.

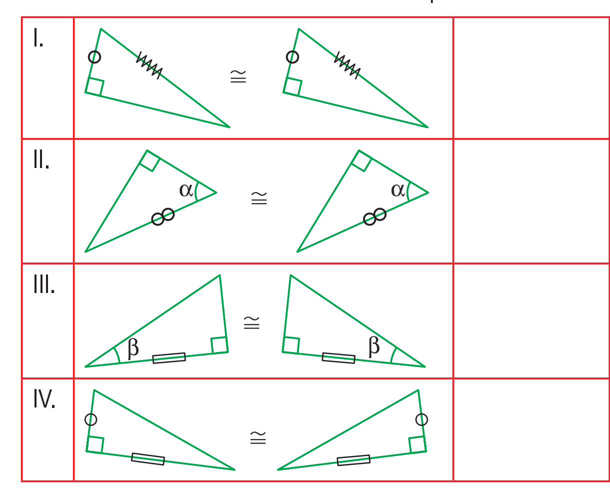


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Rellena los recuadros con los valores correspondientes:



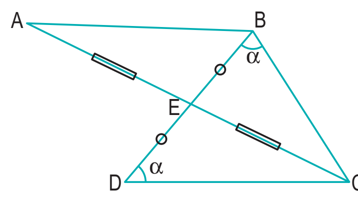
2. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

I. Caso LAL: es cuando dos lados y el ángulo comprendido entre ellos se repite en ambos triángulos. ( )

II. Caso LLA: es cuando dos lados y el ángulo opuesto al menor de ellos se repiten en ambos triángulos. ( )

III. Caso AAL: es un caso adicional que deriva del caso LAL, es decir, sería un corolario de este. ( )

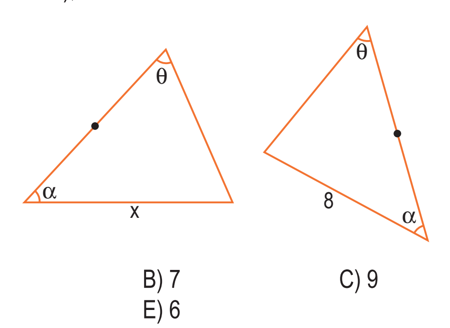
3. Coloca V (verdadero) o F (falso) según el siguiente gráfico:



I. $AB = BC$ ( )
II. $DC = AB$ ( )
III. $m\angle BEC > 90°$ ( )

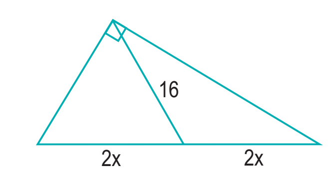
Razonamiento y demostración

4. Halla $(3x - 18)$, si:



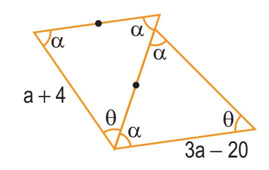
A) 5 B) 7 C) 9
D) 10 E) 6

5. Halla x.



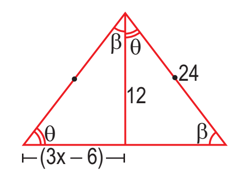
A) 4 B) 6 C) 5 D) 8 E) 7

6. Halla a.



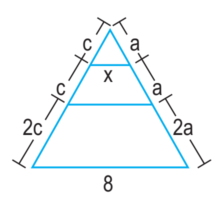
A) 10 B) 12 C) 14 D) 15 E) 16

7. Halla x.



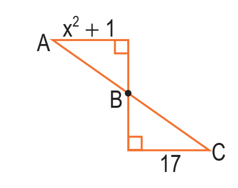
A) 8 B) 4 C) 5 D) 6 E) 9

8. Calcula x.



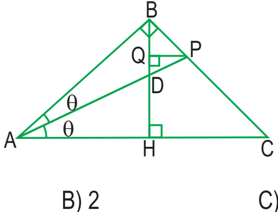
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

9. Calcula x, si $AB = BC$.



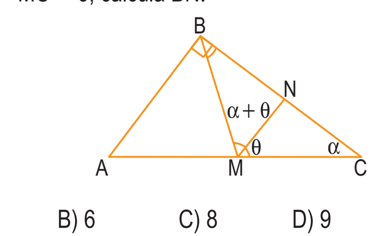
A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 8

10. En la figura, $AB = 12$ y $AH = 7$, calcula PQ.



A) 4 B) 2 C) 5
D) 6 E) 3

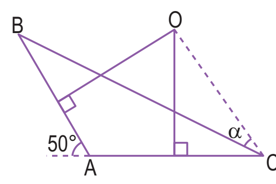
11. Si AM = MC = 6, calcula BN.



A) 4 B) 6 C) 8 D) 9 E) 12

Resolución de problemas

12. Si O es circuncentro del △ABC, calcula α.

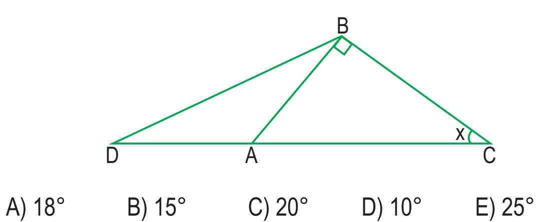


A) 20° B) 30° C) 40° D) 50° E) 25°

13. En un △ABC, recto en B, el ángulo A mide 64°; M es punto medio de $\overline{AC}$ y E un punto de $\overline{BC}$, tal que BE = MC. Halla la medida del ángulo MEB.

A) 60° B) 64° C) 70° D) 77° E) 80°

14. Calcula x, si AC = 2(DB) y DA = AB.



A) 18° B) 15° C) 20° D) 10° E) 25°

15. Sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo ABC se construye un cuadrado ACDE. Calcula BD, si AB = 1 y BC = 3.

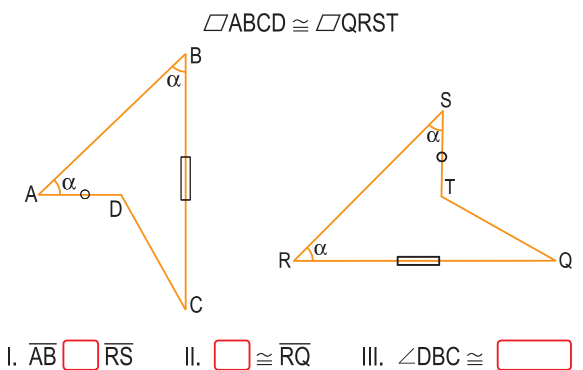
A) 2 B) 5 C) 3 D) 6 E) 7

NIVEL 2

Comunicación matemática

16. Completa los recuadros en blanco si en el siguiente gráfico se cumple que:

▱ABCD ≅ ▱QRST



I. $\overline{AB}$ ☐ $\overline{RS}$ II. ☐ ≅ $\overline{RQ}$ III. ∠DBC ≅ ☐

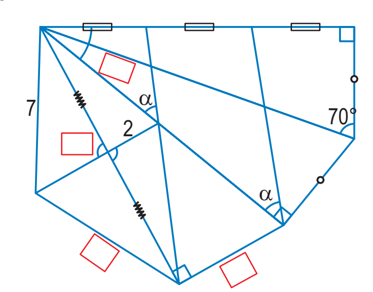
17. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Un triángulo isósceles puede ser dividido en dos triángulos congruentes por alguna de sus alturas. ( )

II. Un triángulo equilátero puede ser dividido en tres triángulos congruentes. ( )

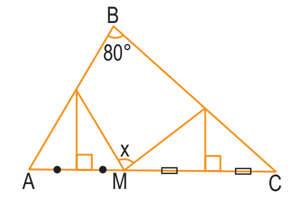
III. Cualquier triángulo puede dividirse en cuatro triángulos congruentes. ( )

18. Completa los recuadros con los valores que aparecen en la siguiente figura:



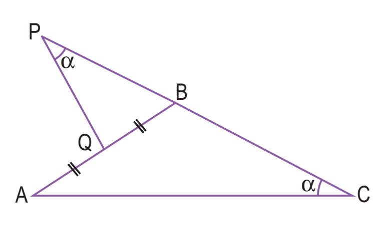
Razonamiento y demostración

19. Calcula x.



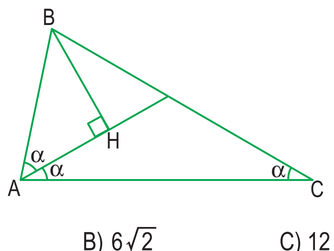
A) 70° B) 100° C) 80°
D) 90° E) 110°

20. Calcula PQ, si AC = 10



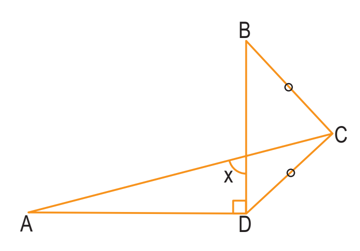
A) 9 B) 8 C) 7
D) 6 E) 5

21. Del gráfico mostrado, calcula BC, si AH = 6



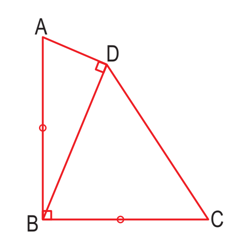
A) 6 B) $6\sqrt{2}$ C) 12
D) 18 E) $12\sqrt{3}$

22. Calcula x, si AC = BD y BC = CD.



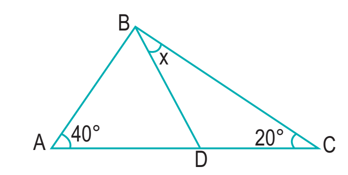
A) 45°
B) 30°
C) 60°
D) 37°
E) 53°

23. En la figura: AD = 1; BD = 4. Calcula CD.



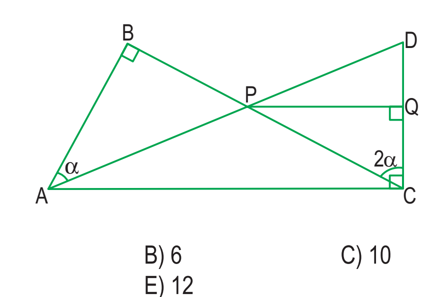
A) 2
B) 4
C) 3
D) 1
E) 5

24. En la figura AB = DC. Calcula x.



A) 30°
B) 10°
C) 20°
D) 50°
E) 40°

25. De la figura, calcula AB si: AC – PQ = 8.



A) 4
B) 6
C) 10
D) 8
E) 12

Resolución de problemas

26. El ángulo C de un triángulo rectángulo ABC (m∠B = 90°), mide 37°. P y Q son puntos que pertenecen a $\overline{AC}$ y $\overline{BC}$ respectivamente, la mediatriz de $\overline{PQ}$ interseca en R a $\overline{AB}$. Si m∠PRQ = 53° y AR=5, calcula QB.

A) 6
B) 4
C) 5
D) 12
E) 13

27. En un triángulo ABC: m∠B = 80° y m∠C = 30°, en $\overline{AC}$ se ubica el punto E, tal que AB = EC. Si las mediatrices de $\overline{AE}$ y $\overline{BC}$ se intersecan en R, calcula la m∠ACR.

A) 20°
B) 25°
C) 30°
D) 35°
E) 40°

28. En el triángulo ABC: AB = 8 y m∠A = 60°, se traza la ceviana BP, tal que la mediatriz de $\overline{AC}$ interseca a $\overline{BP}$ en su punto medio. Calcula PC.

A) 2
B) 3
C) 4
D) 6
E) 8

29. En un triángulo ABC, se traza la bisectriz del ángulo B y la mediatriz de $\overline{AC}$, las cuales se cortan en H, luego desde H se traza $\overline{HP}$ perpendicular a $\overline{BC}$. Calcula CP, si BC – AB = 20.

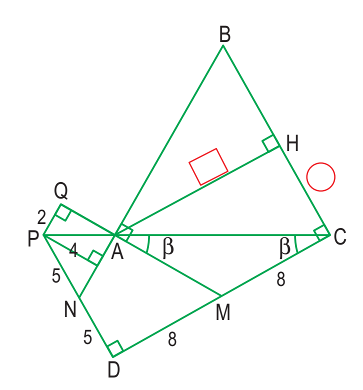
A) 4
B) 5
C) 10
D) 15
E) 20

NIVEL 3

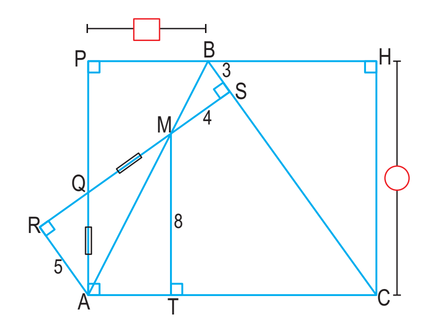
Comunicación matemática

30. Divide un triángulo rectángulo cuyos catetos estan en la proporción de 1 a 2, en cinco triángulos congruentes:

31. Halla □ + ○ en el siguiente gráfico:

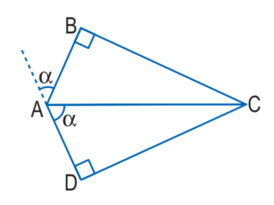


32. Halla ○ + □ en el siguiente gráfico:



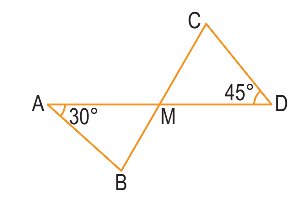
Razonamiento y demostración

33. En el gráfico, calcula BD, si CD = 12.



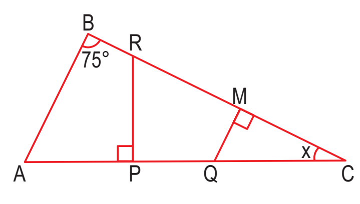
A) 4 B) 6 C) $6\sqrt{2}$
D) 8 E) 12

34. En la figura CM = MB y AB = 8.
Halla CD.



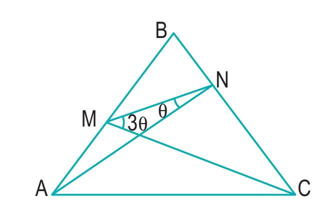
A) 3 B) 4 C) 5
D) $5\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

35. En el triángulo ABC: AP = PQ, MC = RM y AB = QC. Calcula x.



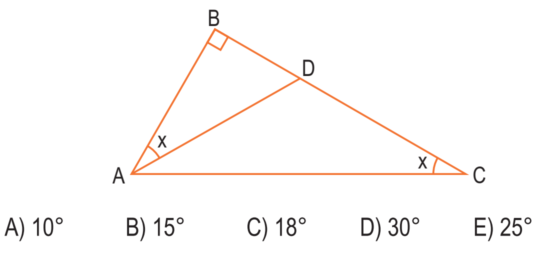
A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 30°

36. El △ABC es equilátero y AM = NB. Calcula θ.



A) 10 B) 15 C) 18
D) 20 E) 12

37. En la figura DC = 2BD. Calcula x.



A) 10° B) 15° C) 18° D) 30° E) 25°

Resolución de problemas

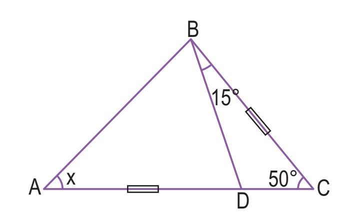
38. Se tiene un triángulo ABC, tal que AB = 4; BC = 8 y AC = 10, desde el vértice C se trazan perpendiculares a la bisectriz interior de A y exterior de B. Calcula la medida del segmento que une los pies de estas perpendiculares.

A) 3 B) 2 C) 1
D) 1,5 E) 0,5

39. En un triángulo ABC (m∠B = 90°) se sabe m∠C = 24°. Sobre $\overline{AC}$ se ubica el punto P, tal que AB = PC, la mediatriz de $\overline{AP}$ y de $\overline{BC}$ se intersecan en E. Calcula m∠ACE.

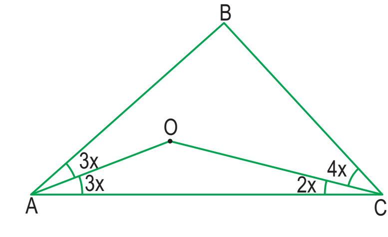
A) 24° B) 36° C) 34°
D) 33° E) 23°

40. En la siguiente figura, halla x; si AD = BC.

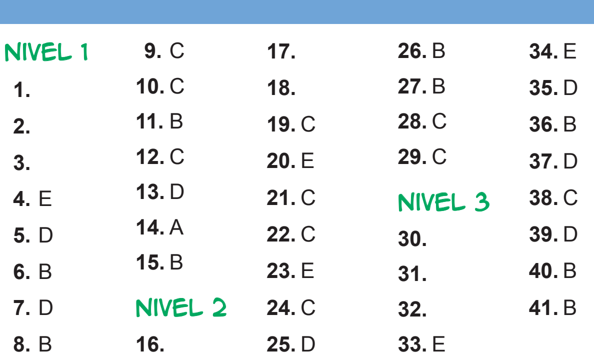


A) 60° B) 50° C) 55°
D) 45° E) 65°

41. En la siguiente figura calcula x.
Si $\overline{AB} \cong \overline{OC}$.



A) 12° B) 6° C) 10°
D) 8° E) 5°



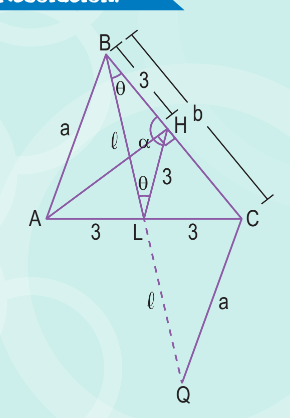
Claves

NIVEL 1	9. C	17.	26. B	34. E
1.	10. C	18.	27. B	35. D
2.	11. B	19. C	28. C	36. B
3.	12. C	20. E	29. C	37. D
4. E	13. D	21. C	NIVEL 3	38. C
5. D	14. A	22. C	30.	39. D
6. B	15. B	23. E	31.	40. B
7. D	NIVEL 2	24. C	32.	41. B
8. B	16.	25. D	33. E	

MARATÓN Matemática

En un triángulo ABC acutángulo, se traza la altura AH y la mediana BL. Si $AC = 2BH = 6$.
Calcula el menor valor entero de $AB + BC$.

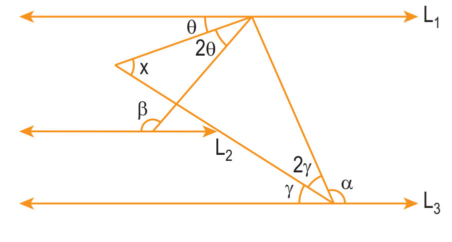
Resolución:



- Por el teorema de la mediana relativa a la hipotenusa:
  Se traza $\overline{HL}$, donde L es punto medio de $\overline{AC}$.
  $\Rightarrow$ $AL = LC = HL = 3$
- De la gráfica:
  El ΔBHL es isósceles, $BH = HL = 3$ y por el teorema de existencia de triángulos, $0 < BL < 6$ ... I
- Por ley de cosenos para un ángulo obtuso del ΔBHL:
  $(BL)^2 = 3^2 + 3^2 - 2(3)(3)\cos\alpha$
  $\Rightarrow BL^2 > 3^2 + 3^2 \Rightarrow BL > 3\sqrt{2}$ ... II
- De I y II: $3\sqrt{2} < BL < 6$ ... III
- Prolongamos $\overline{BL}$ hasta Q, tal que: $BL = LQ = \ell$
  $\Rightarrow \Delta ABL \cong \Delta CLQ$ y $CQ = a$
- Del triángulo BCQ: $a + b > 2\ell$ ... IV
- De III y IV: $3\sqrt{2} < \ell < 6 \Rightarrow 6\sqrt{2} < 2\ell < 12$ y $2\ell < a + b$
  $\Rightarrow 6\sqrt{2} < 2\ell < a + b \Rightarrow 6\sqrt{2} < a + b$
- Nos piden el menor valor entero de AB + BC:
  $AB + BC = a + b \Rightarrow 6\sqrt{2} < a + b$
  $\therefore AB + BC = 9$

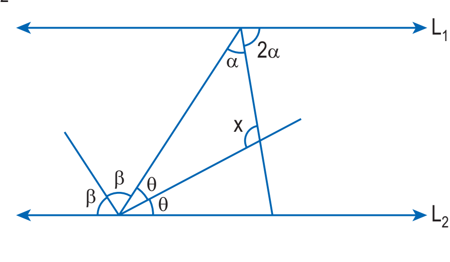


1. De la gráfica, $\alpha + \beta < 235°$ y $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \parallel \overleftrightarrow{L_3}$. Calcula el mínimo entero de x.



A) 40° B) 42° C) 31° D) 32° E) 41°

2. De la gráfica $2\alpha - \beta > 35°$. Calcula el mínimo entero de x, si $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$.



A) 126° B) 125° C) 115°
D) 105° E) 106°

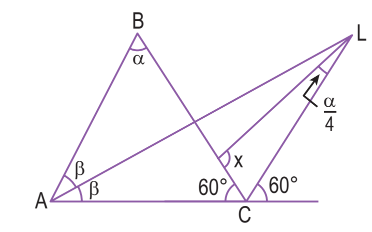
3. Se tienen los ángulos consecutivos AOB, BOC, COD y DOE, tal que A, O y E son colineales. Si $m\angle BOE = m\angle AOB + m\angle COD$ y la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos BOC y DOE es 66°. Calcula $m\angle AOB$.

A) 74° B) 75° C) 76° D) 77° E) 78°

4. Se presentan los ángulos consecutivos AOB, BOC y COD, tal que los ángulos AOB y COD son complementarios. Calcula la medida del ángulo formado por las bisectrices de los ángulos AOC y BOD.

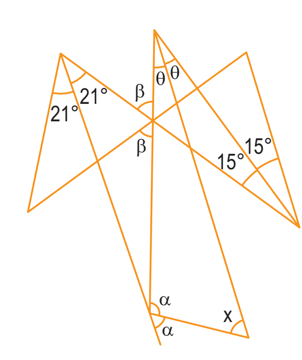
A) 30° B) 37° C) 45° D) 53° E) 60°

5. De la figura, $\alpha < 79°$, calcula el mínimo entero de x.



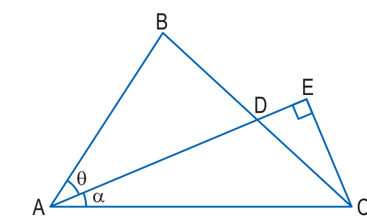
A) 100°
B) 101°
C) 102°
D) 103°
E) 104°

6. Según la gráfica, calcula x.



A) 100°
B) 93°
C) 87°
D) 97°
E) 103°

7. En la figura, $BD = DC$ y $AB = 2(DE)$. Calcula $\frac{\alpha}{\theta}$.



A) 1/2
B) 1
C) 3/2
D) 2
E) 5/2


Geometría
Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 2
Geometría
Geometría

RECUERDA

Johann Karl Friedrich Gauss
[1777-1855]

Matemático alemán nacido en Brunswick y fallecido en Gotinga. Gauss fue un niño prodigio en matemáticas y continuó siéndolo toda su vida. Hay quienes lo consideran uno de los tres mayores matemáticos de la historia junto a Arquímedes y Newton. Su padre era un obrero, en Brunswick, obstinado en sus puntos de vista, que intentó evitar que su hijo recibiera una educación adecuada; sin embargo, su madre, quien no había recibido ningún tipo de educación, animó siempre a su hijo en sus estudios. De niño, Gauss asistió a una escuela local, dirigida por un maestro de costumbres rutinarias.

El 30 de marzo de 1796 se decidió por las matemáticas, porque ese mismo día, cuando le faltaba aún un mes para cumplir los diecinueve años, hizo un brillante descubrimiento. Desde hace más de 2000 años, se sabía cómo construir con regla y compás el triángulo equilátero, el cuadrado y el pentágono regular (así como algunos otros polígonos regulares cuyos números de lados son múltiplos de dos, de tres o de cinco), pero ningún otro polígono regular con un número primo de lados. Ese día en cuestión, Gauss halló un método para construir un polígono equilátero de 17 lados con ayuda de regla y compás, e incluso fue más allá, demostrando que solo ciertos polígonos equiláteros se podían construir con ayuda de estos instrumentos.

También demostró que los números se podían representar mediante puntos en un plano. En 1801 demostró el teorema fundamental de la aritmética: todo número natural se puede representar como el producto de números primos de una y solamente una forma. Fuera del dominio de las matemáticas puras, Gauss ganó gran fama por su labor sobre el planetoide Ceres, del que calculó su órbita, siendo nombrado director del observatorio de Gotinga, en 1807. Durante su estancia en el observatorio, construyó un heliotropo, instrumento que reflejaba la luz solar a grandes distancias; con él, los rayos de luz solar se podían emplear como líneas rectas que marcaban la superficie terrestre, pudiéndose obtener así determinaciones trigonométricas más precisas de la forma del planeta.

Reflexiona

- *El talento se cultiva en la soledad, el carácter se forma en las tempestuosas oleadas del mundo.*
- *La inteligencia es una espada cortante y de duro acero. El carácter es su empuñada, y sin empuñada no tiene valor.*
- *¿Quieres ser rico? pues no te afanes en aumentar tus bienes, sino en disminuir tu codicia.*
- *El secreto de la felicidad conyugal, consiste en exigir mucho de sí mismo y poco del otro.*

¡Razona...!

En la siguiente sucesión, halla la suma de cifras del décimo término.

1 ; 22 ; 333 ; 4444 ; 55555 ; ...

A) 10 B) 100 C) 1000
D) 81 E) 110



Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: POLÍGONOS

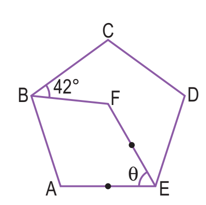
1 Las medidas de los ángulos de un pentágono están en progresión aritmética, sabiendo que el mayor excede al menor en 120°. Calcula la medida del menor ángulo de dicho pentágono.

A) 66° B) 50° C) 48°
D) 72° E) 98°

2 En cierto polígono equiángulo de n lados, desde (n – 9) vértices consecutivos se trazan (n – 3) diagonales, calcula la medida de su ángulo exterior.

A) 18° B) 24° C) 30°
D) 36° E) 45°

3 Calcula θ, si ABCDE es un pentágono regular.



A) 42° B) 45° C) 48°
D) 54° E) 60°

4 Cada lado de un polígono regular mide 6 cm y el perímetro equivale al número que expresa el total de diagonales en cm. Halla la medida de un ángulo externo.

A) 25° B) 30° C) 24°
D) 20° E) 26°

5 Se tienen dos polígonos regulares en donde el número de diagonales difiere en 19 y las medidas de sus ángulos externos están en la relación de 5 a 6. Halla la diferencia de lados de los dos polígonos.

A) 1 B) 3 C) 8
D) 2 E) 6

6 La medida del ángulo interior de un polígono regular de N lados excede en 12° a la medida del ángulo interior de otro polígono de (N – 1) lados. Halla N.

A) 4 B) 2 C) 5
D) 6 E) 8

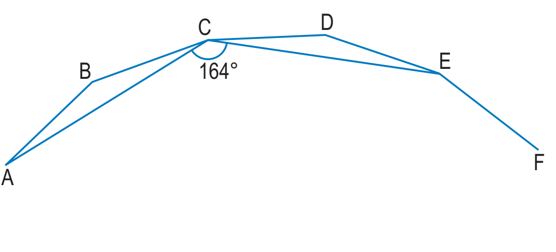
7 En un polígono convexo de 32 lados, las medidas de 30 ángulos consecutivos suman 5212°. Halla la medida del menor ángulo que forman las bisectrices de los ángulos restantes.

A) 94° B) 47° C) 43°
D) 86° E) 96°

8 Se tiene un hexágono equiángulo ABCDEF de tal manera que AB = 2, BC = 6, EF = 1 y AF = 9. Calcula las longitudes de CD y DE.

A) 4 y 9 B) 4 y 7 C) 3 y 5
D) 7 y 2 E) 9 y 7

9 En la figura se presenta una parte de un polígono regular de **n** lados. ¿Cuánto vale **n**?

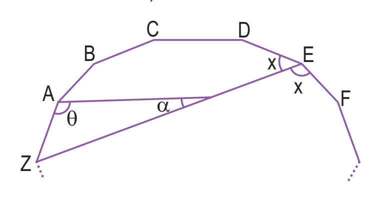


A) 18 B) 24 C) 36
D) 45 E) 40

10 ¿Cuáles son los polígonos cuyos ángulos internos están en progresión aritmética de razón 3, siendo el menor de ellos un ángulo de 135°?

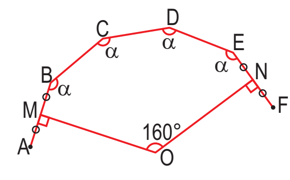
A) Heptadecágono y dodecágono
B) Heptadecágono y hexadecágono
C) Endecágono y heptadecágono
D) Pentadecágono e icoságono
E) Hexadecágono y pentadecágono

11 En la figura ABCDEF... es un polígono equiángulo de n lados, $\alpha + \theta = 162°$; calcula el valor de **n**.



A) 16 B) 18 C)20
D) 12 E) 15

12 En un polígono regular ABCDEF... de **n** lados las mediatrices de los lados AB y EF determinan un ángulo de medida 160°. Calcula el número de diagonales de este polígono.



A) 35 B) 27 C) 14
D) 44 E) 20

13 De cinco vértices consecutivos de un polígono se puede trazar 15 diagonales más, que de cuatro vértices consecutivos de otro polígono de dos lados menos. ¿Cuántos lados tiene el primer polígono?

A) 16 B) 17 C) 15
D) 13 E) 14

14 En un polígono convexo de **n** lados desde (n – 10) vértices consecutivos se trazan (3n + 9) diagonales. Halla el número de ángulos rectos a que equivale la suma de las medidas de los ángulos internos de dicho polígono.

A) 24 B) 22 C) 26
D) 28 E) 30

Claves

1. C	3. E	5. D	7. D	9. D	11. E	13. D
2. D	4. C	6. D	8. B	10. E	12. B	14. C

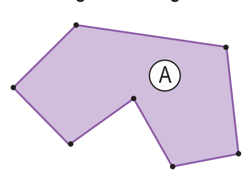


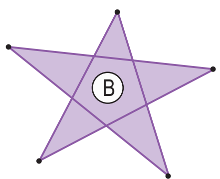
Practiquemos

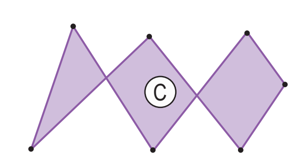
NIVEL 1

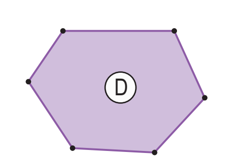
Comunicación matemática

1. Rellena los recuadros en blanco con las letras que representan a las siguientes figuras.









☐ es un polígono cóncavo.

☐ es un polígono estrellado.

☐ es un polígono convexo.

☐ es un polígono complejo.

2. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Una recta secante puede cortar al borde de un polígono convexo en más de dos puntos. ( )

II. Una recta secante solo corta como máximo en dos puntos al borde de un polígono cóncavo. ( )

III. En cualquier polígono el número de vértices y el número de lados es el mismo. ( )

3. Relaciona las siguientes propiedades:

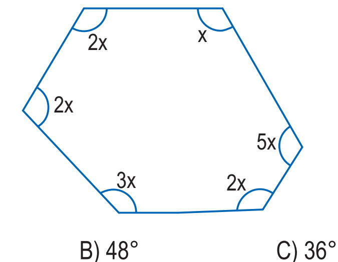
I. D_M ( ) $180° (n - 2)$

II. D_T ( ) $\frac{n}{2}(n - 1)$

III. $S_{m\angle i}$ ( ) $\frac{n}{2}(n - 3)$

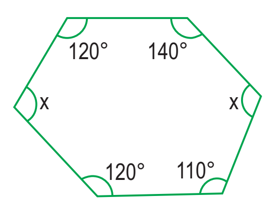
Razonamiento y demostración

4. Calcula x.



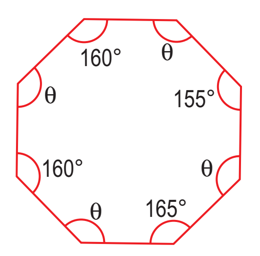
A) 42° B) 48° C) 36°
D) 32° E) 60°

5. Halla x.



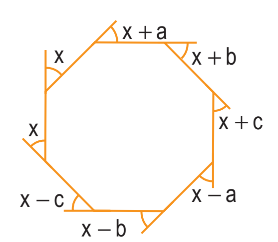
A) 115° B) 105° C) 110°
D) 120° E) 130°

6. Halla θ.



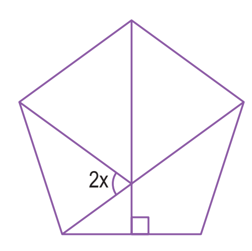
A) 80° B) 100° C) 110°
D) 105° E) 90°

7. Halla x.



A) 30° B) 35° C) 36°
D) 45° E) 60°

8. En el polígono regular mostrado, halla x



A) 10° B) 24° C) 18°
D) 36° E) 30°

Resolución de problemas

9. Halla la suma de tres ángulos internos en un heptágono, si los cuatro ángulos internos restantes suman 500°.

A) 400° B) 360° C) 420°
D) 380° E) 390°

10. Calcula el número de lados de aquel polígono convexo que al duplicar el número de lados, la suma de sus ángulos internos se cuadruplica.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

11. La suma de los ángulos internos y externos de un polígono regular están en la relación de 5 a 1. Calcula el número de diagonales que tiene el polígono.

A) 36 B) 54 C) 27 D) 18 E) 9

12. En un polígono convexo ABCDEF…, las prolongaciones de $\overline{AB}$ y $\overline{FE}$ se cortan en P. Si: $m\angle APF = 60°$.
Calcula $m\angle B + m\angle C + m\angle D + m\angle E$.

A) 700° B) 500° C) 650°
D) 720° E) 600°

13. Calcula el número de ángulos llanos a que equivale la suma de ángulos internos del polígono regular ABCDEFG… tal que $\overline{BC} \parallel \overline{FG}$.

A) 5 B) 6 C) 8
D) 9 E) 11

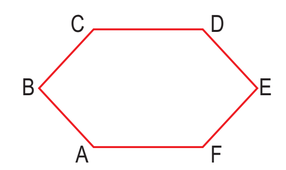
14. En un polígono regular se cumple que la suma de las medidas de un ángulo central, un ángulo exterior y un ángulo interior es 210°. Calcula el número de diagonales.

A) 40 B) 50 C) 54
D) 58 E) 60

15. Si el número de diagonales más el doble del número de vértices de un polígono es igual a 6, calcula el número de lados.

A) 4 B) 5 C) 8 D) 3 E) 6

16. Si ABCDEF es un hexágono equiángulo, AB = 2, BC = 6, CD = 4 y AF = 9, calcula EF.



A) 4 B) 2 C) 1
D) 5 E) 3

NIVEL 2

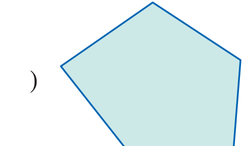
Comunicación matemática

17. ¿Cuál es el polígono convexo, en el cual al duplicarse el número de lados, la suma de ángulos interiores se triplica?

A) Cuadrilátero B) Triángulo C) Pentágono
D) Hexágono E) Heptágono

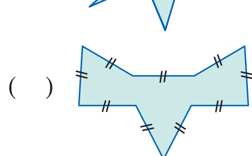
18. Relaciona:

I. Polígono complejo y estrellado. ( )



II. Polígono simple y convexo. ( )

III. Polígono equilátero y cóncavo. ( )



19. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Al undecágono también se le denomina endecágono. ( )

II. El nonágono y el eneágono tienen el mismo número de lados. ( )

III. Los polígonos equiángulos siempre serán polígonos cóncavos. ( )

20. Completa los recuadros con los valores naturales correspondientes:

I. n.° de diagonales trazadas desde v vértices consecutivos:

$$D_V = nv - \frac{(v+\square)(v+\square)}{\square}$$

II. n.° de diagonales medias trazadas desde k puntos medios consecutivos:

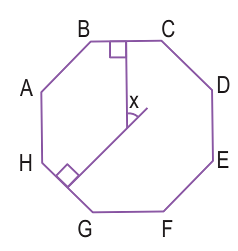
$$D_K = nk - \frac{(k+\square)k}{\square}$$

III. Suma de ángulos externos:

$$S_{m\angle e} = \square$$

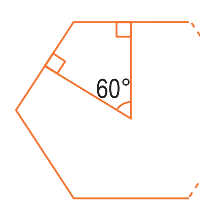
Razonamiento y demostración

21. Calcula x si ABCDEFGH es un polígono equiángulo.



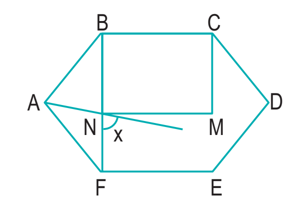
A) 45° B) 60° C) 75°
D) 30° E) 90°

22. Calcula el número de lados si el polígono es equiángulo.



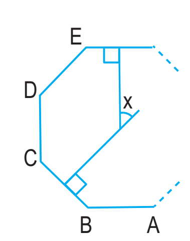
A) 8 B) 3 C) 6 D) 12 E) 10

23. Del gráfico, calcula x si ABCDEF y BCMN son polígonos regulares.



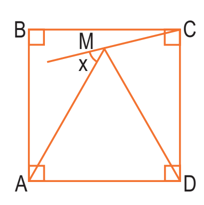
A) 80° B) 45° C) 75° D) 30° E) 65°

24. Calcula x si ABCDE... es un dodecágono equiángulo.



A) 90° B) 60° C) 75°
D) 45° E) 30°

25. Si ABCD es un cuadrado y AMD es un triángulo equilátero, calcula x.



A) 30° B) 45° C) 65°
D) 75° E) 80°

Resolución de problemas

26. Si ABCDEF es un hexágono equiángulo, AB = 2, BC = 6, CD = 4 y AF = 9. Calcula EF.

A) 4 B) 2 C) 1
D) 5 E) 3

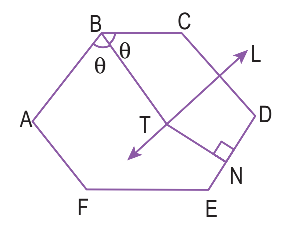
27. En un polígono regular la suma de medidas de los ángulos interiores excede en 360° a la suma de medidas de los ángulos externos. Si otro polígono excede en 2 al número de lados del primero, calcula la suma del número de diagonales de ambos polígonos.

A) 30 B) 20 C) 19
D) 20 E) 29

28. La diferencia entre el número de diagonales y el número de ángulos de 180° a que equivale la suma de las medidas de los ángulos internos de un polígono es 119. Calcula el número de diagonales.

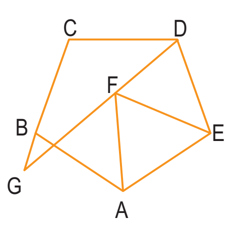
A) 135 B) 120 C) 100
D) 160 E) 180

29. En el gráfico, ABCDEF es un polígono equiángulo; $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{CD}$ y BT = 4; calcula TN.



A) 2 B) 3 C) $2\sqrt{3}$
D) 4 E) 5

30. En el gráfico, los polígonos ABCDE y AFE son regulares, GD = 10. Calcula la distancia de D a $\overline{GC}$.



A) 8 B) 6 C) 5
D) 9 E) 10

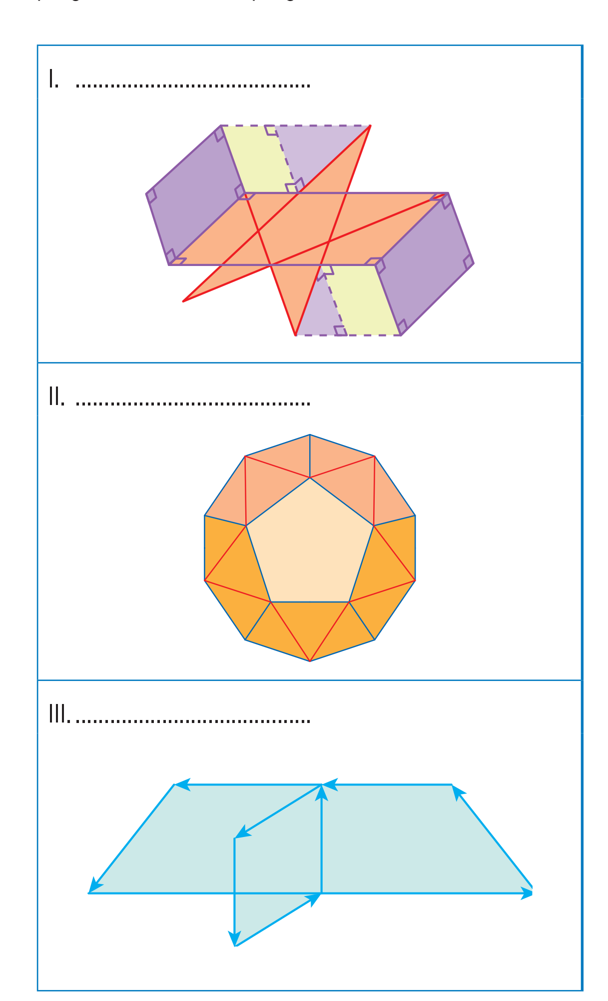
31. Se tienen dos polígonos equiángulos cuyos números de diagonales se diferencian en 11. Si las medidas de sus ángulos exteriores están en la relación de 3 a 4; calcula la suma del número de lados de dichos polígonos.

A) 12 B) 14 C) 16
D) 10 E) 15

NIVEL 3

Comunicación matemática

32. Indica si las siguientes figuras son polígonos complejos, polígonos alabeados o polígonos estrellados.



33. En los siguientes puntos:

C
B. .D
A. H .E
G F

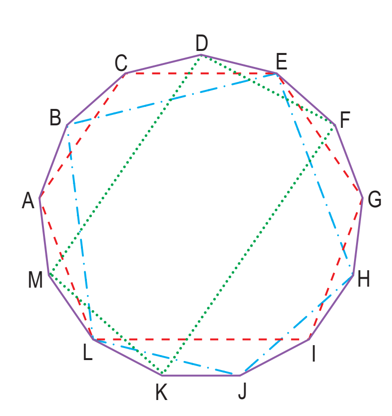
Indica cuáles deben unirse para formar:

a) Heptágono convexo:

b) Hexágono cóncavo:

c) Pentágono estrellado:

34. Relaciona los polígonos contenidos en la siguiente figura con sus respectivas denominaciones:



I. Polígono de contorno: ——— ( ) Cuadrilátero.

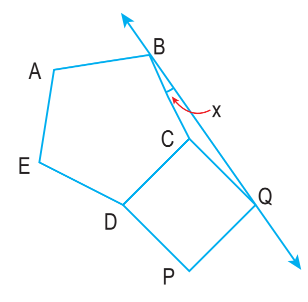
II. Polígono de contorno: - - - - ( ) Hexágono.

III. Polígono de contorno: — · — · — ( ) Tridecágono.

IV. Polígono de contorno: .... ( ) Pentágono.

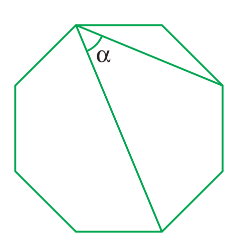
Razonamiento y demostración

35. En el gráfico, halla x si ABCDE es un pentágono regular y CDPQ es un cuadrado.



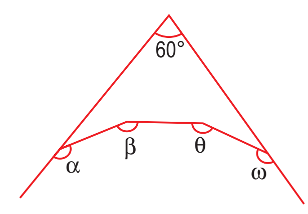
A) 12° B) 10° C) 9°
D) 8° E) 15°

36. Si el octógono es regular, calcula α.



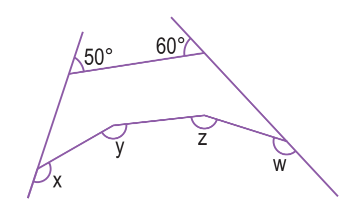
A) 22,5° B) 30° C) 45°
D) 60° E) 75°

37. En la figura, calcula: $\alpha + \beta + \theta + \omega$.



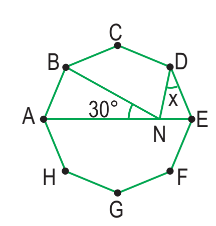
A) 360° B) 480° C) 520°
D) 600° E) 740°

38. En la figura, calcula: $x + y + z + w$.



A) 370° B) 460° C) 540°
D) 610° E) 730°

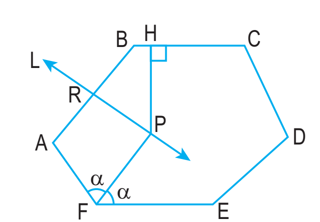
39. En el octágono regular, halla x.



A) 75° B) 60° C) 37,5°
D) 30° E) 53,5°

Resolución de problemas

40. En la figura se muestra el hexágono equiángulo ABCDEF, siendo PH = PR = 6. Calcula PF, si $\overleftrightarrow{L}$ es mediatriz de $\overline{AB}$.



A) $3\sqrt{3}$ B) 6 C) $6\sqrt{3}$
D) $6\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

41. En un polígono equiángulo ABC..., se cumple que la suma de medidas de los ángulos internos es el triple de la suma de medidas de los ángulos externos. Si $AB = 6\sqrt{2}$ y $BC = 2$.
Calcula AC.

A) 18 B) 10 C) 15
D) 17 E) 20

42. Dado un polígono equiángulo PQRST... tal que las prolongaciones de $\overline{PQ}$ y $\overline{TS}$ se cortan en A. Si el ángulo PAS es agudo, calcula el máximo número de lados del polígono.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

43. Si el ángulo central de un polígono disminuye en 5°, el número de diagonales aumenta en 7. Calcula el número de lados del polígono original.

A) 6 B) 7 C) 8
D) 10 E) 9

44. En un polígono regular de n lados, el número total de diagonales es numéricamente igual a la longitud de un lado. Si el perímetro es 160, calcula n.

A) 6 B) 7 C) 9
D) 10 E) 8

45. Si a un polígono convexo se le disminuye un lado, el nuevo polígono tiene 14 diagonales menos. ¿Cuántos lados tiene el polígono original?

A) 12 B) 14 C) 13
D) 15 E) 16





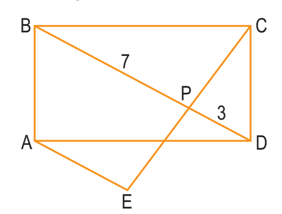
NIVEL 1	10. B	19.	29. C	38. D
1.	11. B	20.	30. C	39. C
2.	12. E	21. A	31. B	40. E
3.	13. B	22. E	NIVEL 3	41. B
4. B	14. C	23. C	32.	42. B
5. A	15. D	24. A	33.	43. C
6. C	16. C	25. B	34.	44. E
7. D	NIVEL 2	26. C	35. C	45. E
8. D	17. A	27. E	36. C	
9. A	18.	28. A	37. D	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: CUADRILÁTEROS

1 En el gráfico, ABCD es un rectángulo. Calcula AE, si PE = PC.



A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

2 En un romboide ABCD, AB = 5, BC = 12, las bisectrices de los ángulos A y B se cortan en el punto M y las de los ángulos C y D en N. Halla la longitud de $\overline{MN}$.

A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 6

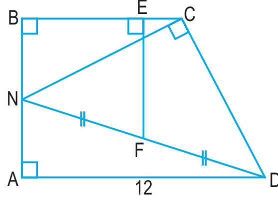
3 Si las diagonales de un trapezoide miden 8 y 12, calcula el perímetro del cuadrilátero cuyos vértices son los puntos medios del trapezoide.

A) 23 B) 18 C) 20
D) 21 E) 24

4 En un rombo ABCD las diagonales AC y BD miden 6 y 12, respectivamente. Halla la altura BH relativa a $\overline{CD}$.

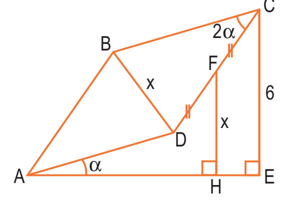
A) $\sqrt{5}/5$ B) $3\sqrt{5}$ C) $12\sqrt{5}/5$
D) 10 E) $5\sqrt{5}$

5 En la figura mostrada, calcula EF, si NC = DC.



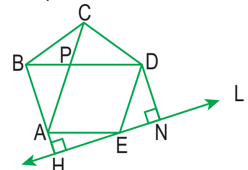
A) 3 B) 4 C) 6
D) 8 E) 12

6 En la figura, ABCD es un rombo, calcula x.



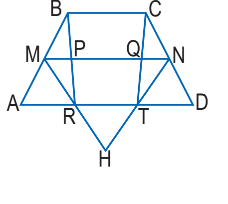
A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 8

7 En la figura, ABCDE es un polígono regular, calcula la distancia del punto P a la recta L, si $AH = 4\sqrt{5} - 4$ y $DN = 8$.



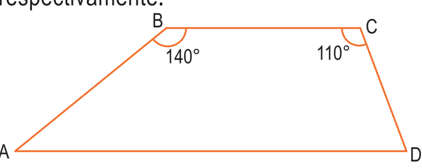
A) $2 + \sqrt{5}$ B) $4 + 2\sqrt{5}$ C) $22 + \sqrt{5}$
D) $4 + 4\sqrt{5}$ E) 1

8 En la figura, $\overline{MN}$ es mediana del trapecio ABCD. $MR = RH$ y $HT = TN$, Si: $BC = 36$ y $AD = 48$; halla PQ.



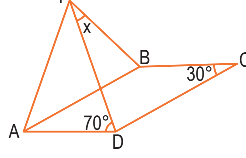
A) 27,5 B) 30,5 C) 29,5
D) 26,5 E) 28,5

9 En la siguiente figura calcula BC si el cuadrilátero ABCD es un trapecio y los segmentos AD y AB miden 13 y 7 respectivamente.



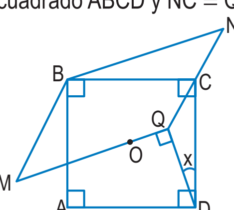
A) 5,5 B) 5 C) 6
D) 7 E) 6,5

10 En la siguiente figura calcula x si el cuadrilátero ABCD es un paralelogramo y $AP = PD = DC$.



A) 20° B) 30° C) 40°
D) 24° E) 36°

11 Los cuadriláteros ABCD y MBNQ son un cuadrado y un romboide respectivamente. Calcula x si O es el centro del cuadrado ABCD y $NC = QC$.



A) 18°30' B) 26°30' C) 15°30'
D) 14°30' E) 22°30'

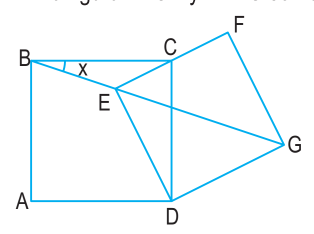
12 Sobre los lados $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{CD}$ de un romboide ABCD, se construyen exteriormente los cuadrados de centros P, Q y R respectivamente. Calcula $m\angle QPR$.

A) 30° B) 40° C) 60°
D) 45° E) 85°

13 En un paralelogramo ABCD, se ubica el punto F en $\overline{AD}$, de modo que: $m\angle ABF = m\angle BCF$ y $FC = 2DC$. Calcula la longitud del segmento que tiene por extremos los puntos medios de $\overline{BF}$ y $\overline{FC}$, si $BF = 12$.

A) 4 B) 8 C) 9
D) 12 E) 6

14 En la figura ABCD y DEFG son cuadrados, calcula x.



A) 15°30' B) 18°30' C) 26°30'
D) 22°30' E) 14°30'

Claves

1. C	3. C	5. C	7. D	9. C	11. A	13. D
2. A	4. C	6. B	8. E	10. B	12. D	14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

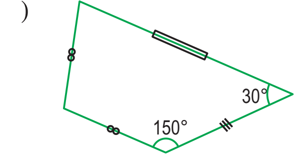
I. El semideltoide convexo posee lados opuestos congruentes. ( )

II. Un cuadrilátero convexo posee solamente una diagonal exterior. ( )

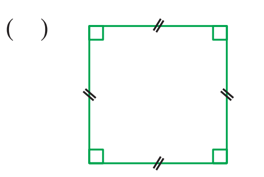
III. Un deltoide cóncavo posee dos ángulos no consecutivos congruentes. ( )

2. Relaciona.

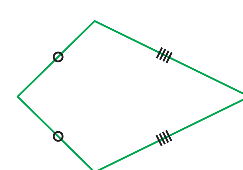
I. Rombo y rectángulo ( )



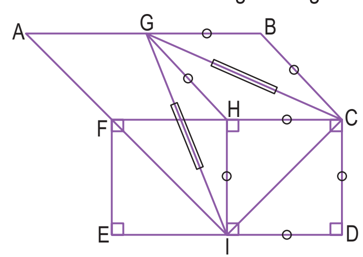
II. Trapezoide simétrico ( )



III. Trapecio y semideltoide ( )



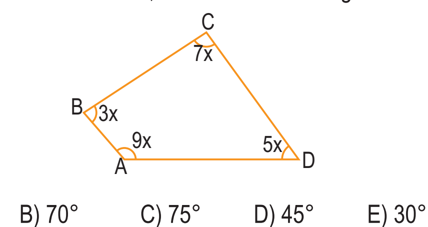
3. Relaciona teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Paralelogramo	( )	⏢ EFCD
II. Cuadrado	( )	⏢ GBCH
III. Trapecio	( )	⏢ GCDI
IV. Rombo	( )	⏢ GBCI
V. Deltoide	( )	⏢ HCDI
VI. Rectángulo	( )	⏢ ABCI
VII. Semideltoide	( )	⏢ ABCF

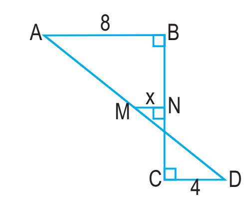
Razonamiento y demostración

4. En el siguiente cuadrilátero, calcula el menor ángulo exterior.



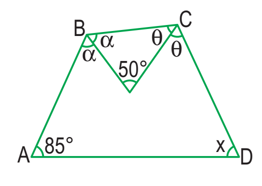
A) 60° B) 70° C) 75° D) 45° E) 30°

5. Calcula x, si: AM = MD



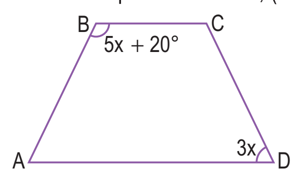
A) 3 B) 4 C) 6 D) 5 E) 2

6. Del gráfico, calcula x.



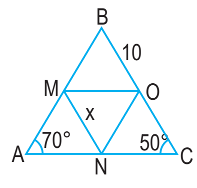
A) 14° B) 13° C) 12° D) 15° E) 18°

7. Calcula x, si ABCD es un trapecio isósceles, ($\overline{BC} // \overline{AD}$).



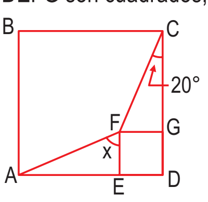
A) 30° B) 15° C) 20° D) 16° E) 24°

8. En el siguiente gráfico, calcula x, si $\overline{MN}$ // $\overline{BC}$ y AMON es un paralelogramo.



A) 12,5 B) 10 C) 15 D) 20 E) 25

9. En la figura, ABCD y DEFG son cuadrados, calcula x.



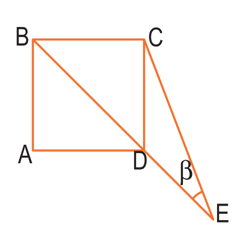
A) 50° B) 60° C) 70° D) 80° E) 75°

Resolución de problemas

10. En la figura ABCD es un cuadrado, si BE = 4, calcula BC.

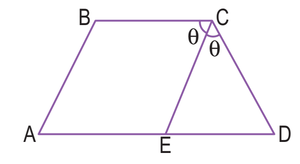
A) $2\sqrt{2}$
B) $2\sqrt{3}$
C) 6
D) $\sqrt{6}$
E) $\sqrt{11}$

11. Según el gráfico ABCD es un cuadrado, CD = DE. Calcula 2β.



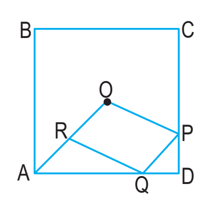
A) 10° B) 30° C) 45°
D) 50° E) 60°

12. En la figura, ABCE es un paralelogramo y BC + CD = 12, calcula AD.



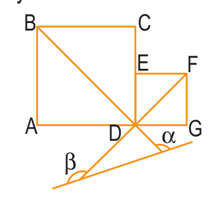
A) 6 B) 9 C) 10
D) 12 E) 11

13. En la figura, ABCD es un cuadrado de centro O y OPQR es un paralelogramo, si m∠ROP = 120°, calcula m∠RQA.



A) 20° B) 15° C) 25°
D) 10° E) 18°

14. Si los gráficos ABCD y DEFG son cuadrados, calcula: $\alpha + \beta$.



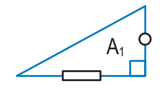
A) 150° B) 180° C) 230°
D) 270° E) 300°

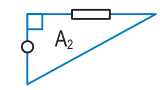
NIVEL 2

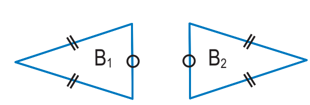
Comunicación matemática

15. Indica qué triángulos forman los siguientes cuadriláteros, los cuales están compuestos por dos triángulos.

Tenemos los triángulos:

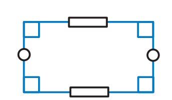




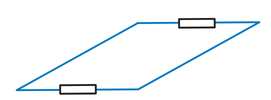


Los cuales se unen en pares para formar los cuadriláteros:

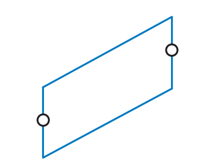
I.



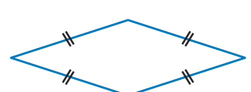
II.



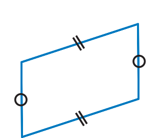
III.



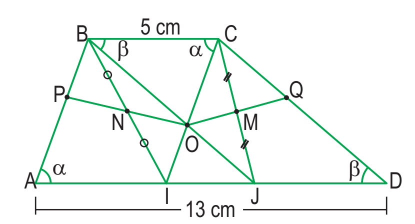
IV.



V.

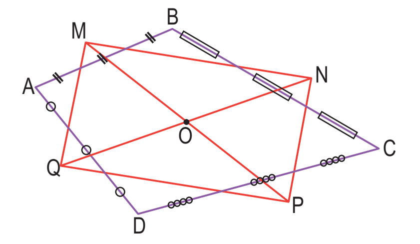


16. Coloca V (verdadero) o F (falso) según el siguiente gráfico: (ABCD es un trapecio)



I. ABCI y BCDJ son paralelogramos. ( )
II. $\overline{MN}$ es la mediana del trapecio BCJI. ( )
III. QM = MO = ON = NP. ( )
IV. PQ mide 10 cm. ( )

17. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



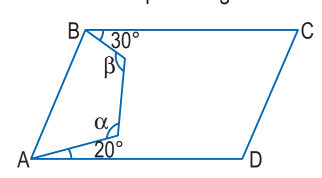
I. $\overline{MN} \parallel \overline{QP}$ y $\overline{QM} \cong \overline{PN}$. ( )

II. MNPQ es el paralelogramo de Varignon de ABCD. ( )

III. O es el baricentro del cuadrilátero ABCD. ( )

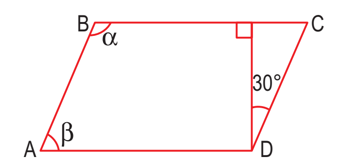
Razonamiento y demostración

18. Según el gráfico ABCD es un paralelogramo. Calcula: $\alpha + \beta$.



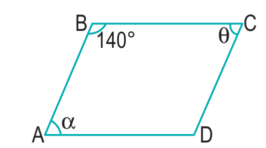
A) 200° B) 230° C) 235°
D) 240° E) 245°

19. Si ABCD es un paralelogramo. Halla: $\alpha - \beta$.



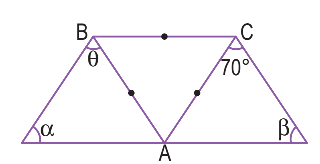
A) 45° B) 30° C) 60°
D) 180° E) 90°

20. En la figura, halla: $\alpha + \theta$. Si ABCD es un paralelogramo.



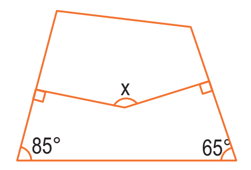
A) 100° B) 80° C) 280°
D) 120° E) 90°

21. En la figura, halla: $\alpha + \theta + \beta$.



A) 70° B) 60° C) 210°
D) 90° E) 170°

22. En la figura, calcula x.



A) 150° B) 145° C) 140°
D) 130° E) 135°

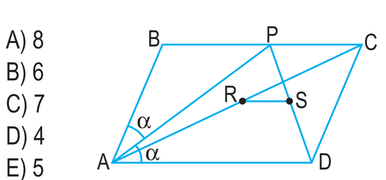
Resolución de problemas

23. Si: ABCD es un paralelogramo tal que AB = 5 y AD = 15. Calcula PQ.

A) 7,5
B) 12,5
C) 15
D) 10
E) 8

24. Si ABCD es un paralelogramo tal que AR = RC y PS = SD. Calcula RS, si AB = 8.

A) 8
B) 6
C) 7
D) 4
E) 5



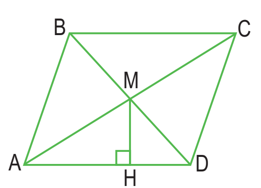
25. En la parte exterior de un cuadrado ABCD se construye un triángulo equilátero CFD. Calcula la m∠FAC.

A) 15º B) 30º C) 45º D) 60º E) 75º

26. Exteriormente al cuadrado ABCD se traza el triángulo equilátero CED. Calcula la medida del mayor ángulo formado por $\overline{AC}$ y $\overline{BE}$.

A) 60º B) 90º C) 30º D) 45º E) 120º

27. En la figura mostrada ABCD es un paralelogramo. Si MH = 1 y m∠BCD = 45°, calcula AB.



A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}+1$ C) $\frac{\sqrt{2}}{2}+1$ D) $2\sqrt{2}$ E) 2

28. En un rectángulo ABCD se traza $\overline{BH} \perp \overline{AC}$. Calcula la medida del ángulo agudo que determina la bisectriz del ∠HBD con el lado $\overline{AD}$.

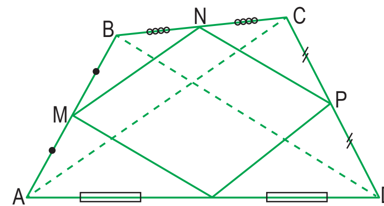
A) 30º B) 45º C) 60º D) 22,5º E) 75º

NIVEL 3

Comunicación matemática

29. Rellena los recuadros de acuerdo a los valores presentes en la siguiente figura:

30. Coloca V (verdadero) o F (falso) teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Si: $\overline{AC} \cong \overline{BD} \Rightarrow$ MNPQ es un rectángulo ( )

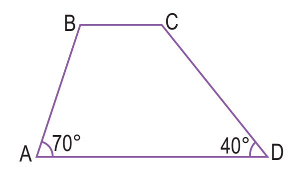
II. Si: $\overline{AC} \perp \overline{BD} \Rightarrow$ MNPQ es un rombo. ( )

III. Si: AC = BD y $\overline{AC} \perp \overline{BD} \Rightarrow$ MNPQ es un cuadrado. ( )

31. Demuestra que si se unen consecutivamente los centros de los cuatro cuadrados construidos sobre los lados de un paralelogramo, se logra formar un cuadrado. (A esta propiedad se le conoce como teorema de Theobalt).

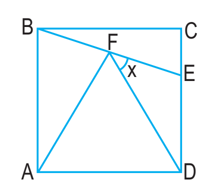
Razonamiento y demostración

32. Si $\overline{BC} \parallel \overline{AD}$, BC = 3 y CD = 7, calcula AD.



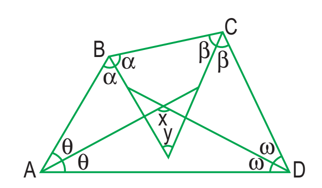
A) 14 B) 6 C) 10
D) 5 E) 20

33. Si ABCD es un cuadrado y el triángulo AFD es equilátero, calcula x.



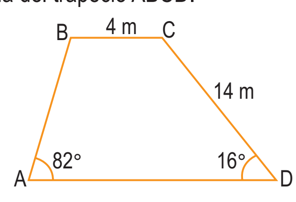
A) 60º B) 45º C) 30º
D) 37º E) 53º

34. Calcula x + y.



A) 20º B) 90º C) 60º
D) 120º E) 180º

35. Halla la mediana del trapecio ABCD.



A) 9 m B) 11 m C) 8 m D) 10 m E) 12 m

36. En el cuadrado ABCD, M y N son puntos medios de los lados BC y CD respectivamente, $\overline{AM}$ y $\overline{BN}$ se cortan en P. Si el perímetro del cuadrado es $8\sqrt{2}$, calcula PD.

A) 4 B) 1 C) 2 D) $\sqrt{2}$ E) $2\sqrt{2}$

Resolución de problemas

37. ABCD es un cuadrado y ABM es un triángulo equilátero externo al cuadrado. Determinar la medida del ángulo ACM.

A) 10° B) 15° C) 30°
D) 40° E) 45°

38. Las mediatrices de los lados $\overline{AD}$ y $\overline{CD}$ de un paralelogramo ABCD se cortan en un mismo punto M sobre el lado $\overline{BC}$; si m∠ABC = 110°, halla m∠CMD.

A) 38° B) 39° C) 40°
D) 45° E) 50°

39. En el paralelogramo ABCD se trazan las bisectrices interiores $\overline{AE}$ y $\overline{DF}$ (E y F en $\overline{BC}$). Si AB = 6, calcular el segmento que une los puntos medios de $\overline{AF}$ y $\overline{DE}$.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 1

40. Calcula la longitud de la mediana de un trapecio ABCD ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$) si: AB = 10, BC = 6, m∠BAD = 53° y m∠ADC = 45°.

A) 8 B) 9 C) 11
D) 13 E) 10

41. En un trapecio isósceles se sabe que su altura mide 7 y la mediana 24. Calcula la longitud de la diagonal del trapecio.

A) 32 B) 35 C) 25
D) 30 E) 15

Claves

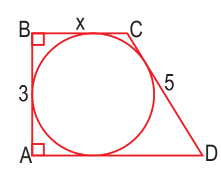
NIVEL 1	**9.** C	**17.**	**26.** E	**34.** E
1.	**10.** B	**18.** B	**27.** D	**35.** B
2.	**11.** C	**19.** C	**28.** B	**36.** E
3.	**12.** D	**20.** B	NIVEL 3	**37.** C
4. D	**13.** B	**21.** E	**29.**	**38.** C
5. E	**14.** D	**22.** A	**30.**	**39.** D
6. D	NIVEL 2	**23.** B	**31.**	**40.** D
7. C	**15.**	**24.** D	**32.** C	**41.** C
8. B	**16.**	**25.** B	**33.** B	

Aplicamos lo aprendido



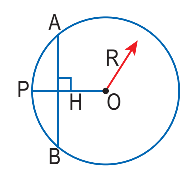
TEMA 3: CIRCUNFERENCIA

1 En la figura, calcula x.



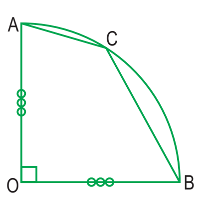
A) 1,5 B) 3 C) 4
D) 2,5 E) 2

2 Si AB = 6 y PH = 1, calcula R.



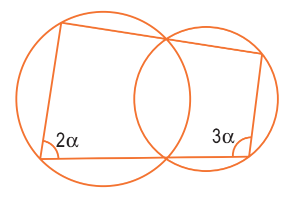
A) 7 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

3 Calcula OB, si AC = 2 y BC = $6\sqrt{2}$.



A) $4\sqrt{2}$ B) $4\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{6}$
D) $5\sqrt{2}$ E) $5\sqrt{3}$

4 Calcula el valor de α.



A) 27° B) 30° C) 36°
D) 60° E) 72°

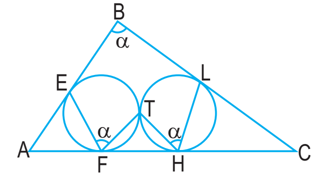
5 Sobre la hipotenusa de un triángulo rectángulo ABC (recto en B), se construye exteriormente el cuadrado ACEF de centro O. Calcula la medida del ángulo CBO.

A) 30° B) 37° C) 60°
D) 53° E) 45°

6 En la prolongación del diámetro PQ de una semicircunferencia se ubica el punto C y se traza la secante CBA, tal que AB = BC = 2 y m$\angle$C = 45°. Calcula el radio de la semicircunferencia.

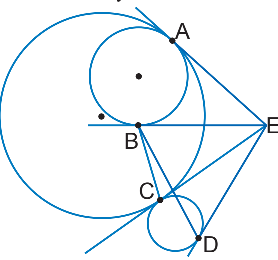
A) $2\sqrt{2}$ B) 5 C) 4
D) $\sqrt{5}$ E) $\sqrt{10}$

7 Calcula α, si: E, F, H, L y T son puntos de tangencia.



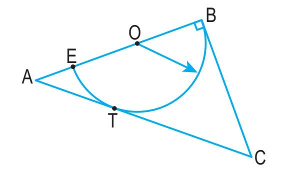
A) 76° B) 72° C) 68°
D) 64° E) 60°

8 Según el gráfico A; B; C y D son puntos de tangencia. Si AE = BD, y m∠DBC = 20°, calcula m∠BEC.



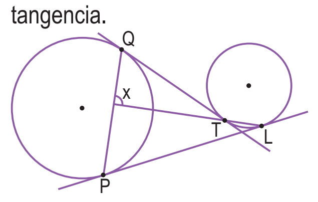
A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 30°

9 En la figura, AE = 1 y AT = 3. Calcula BC.



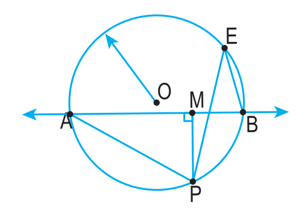
A) 9 B) 10 C) 12
D) 14 E) 15

10 En el siguiente gráfico calcula x. Si P; Q; T y L son puntos de tangencia.



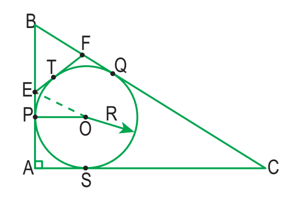
A) 80° B) 100° C) 90°
D) 115° E) 95°

11 Calcula BE si: AP = PE, AM = a y MB = b.



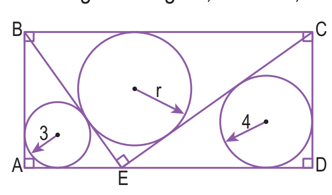
A) $\dfrac{a+b}{2}$ B) $\left(\dfrac{ab}{a+b}\right)$ C) 2b – a
D) b – a E) a – b

12 Calcula el radio de la circunferencia inscrita en el triángulo EPO; Si EF = 10; FC = 14, EO = 8 y AC = 16.



A) 1 B) 3/2 C) 2
D) 5/2 E) 3

13 En la siguiente figura, AB = 12, calcula "r".



A) 7 B) 5 C) 8
D) 6 E) 9

14 En un triángulo ABC se traza la mediana BM, las circunferencias inscritas en los triángulos ABM y BMC determinan los puntos de tangencia P y Q sobre $\overline{BM}$, calcula PQ si: BC – AB = 12.

A) 10 B) 8 C) 6
D) 7 E) 4

Claves

1. E	3. D	5. E	7. B	9. C	11. E	13. B
2. D	4. C	6. E	8. C	10. C	12. C	14. C

Practiquemos

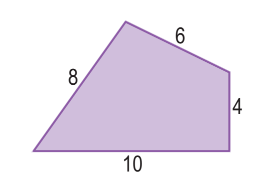


NIVEL 1

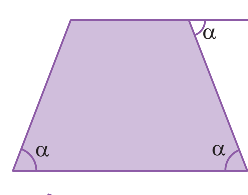
Comunicación matemática

1. Relaciona:

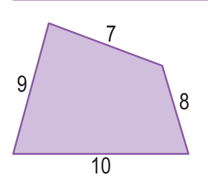
I. Cuadrilátero inscriptible ( )



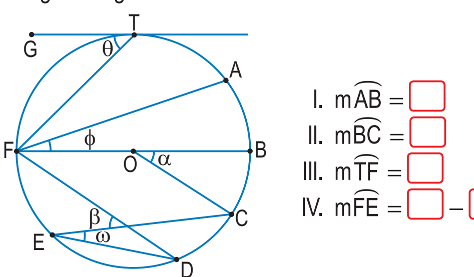
II. Cuadrilátero circunscriptible ( )



III. Cuadrilátero exinscriptible ( )



2. Completa los recuadros en blanco con los valores presentes en el siguiente gráfico.



I. $m\overset{\frown}{AB}$ = ☐

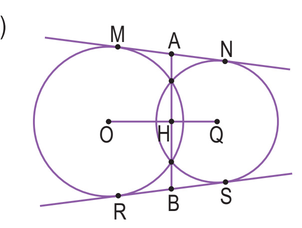
II. $m\overset{\frown}{BC}$ = ☐

III. $m\overset{\frown}{TF}$ = ☐

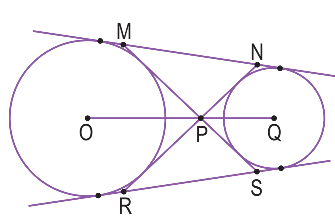
IV. $m\overset{\frown}{FE}$ = ☐ – ☐

3. Relaciona los gráficos y sus propiedades:

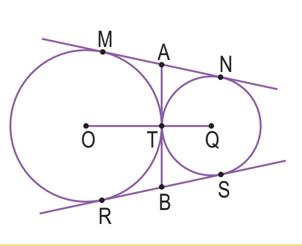
I. $\overline{MN} \cong \overline{RS}$, $\overline{AT} \cong \overline{TB}$ ( )



II. $\overline{MN} \cong \overline{RS}$, $\overline{AH} \cong \overline{BH}$ ( )

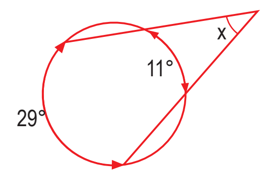


III. $\overline{MS} \cong \overline{RN}$, $\overline{MN} \cong \overline{RS}$ ( )



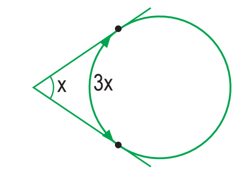
Razonamiento y demostración

4. Halla x.



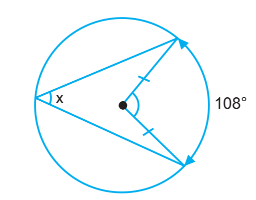
A) 11° B) 8° C) 13° D) 7° E) 9°

5. Halla x.



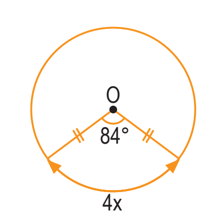
A) 45° B) 40° C) 30° D) 35° E) 60°

6. Calcula x.



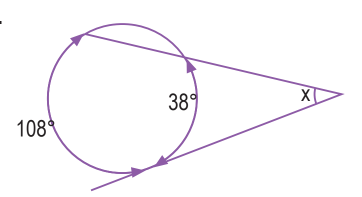
A) 62° B) 64° C) 54° D) 52° E) 50°

7. Calcula x.



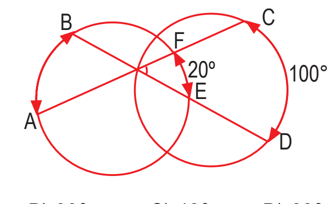
A) 19° B) 20° C) 24° D) 18° E) 21°

8. Calcula x.



A) 30° B) 36° C) 31° D) 32° E) 35°

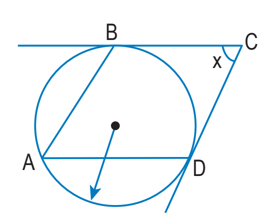
9. Calcula la $m\overset{\frown}{AB}$.



A) 50° B) 80° C) 40° D) 60° E) 30°

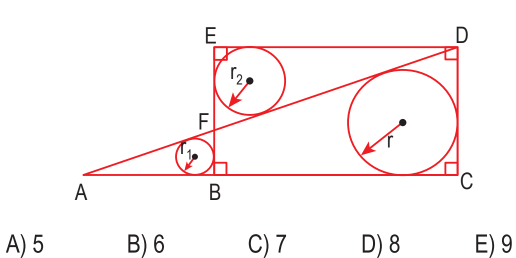
Resolución de problemas

10. En la figura, ABCD es un romboide. Calcula x.



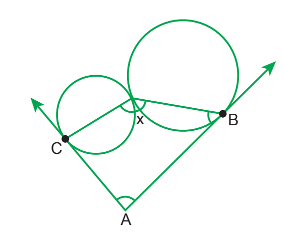
A) 20° B) 30° C) 40° D) 50° E) 60°

11. En la figura, BEDC es un rectángulo. Calcula r, si $r_1 = 2$ y $r_2 = 3$.



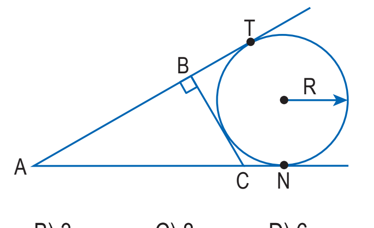
A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

12. En la figura $\overline{AB}$ y $\overline{AC}$ son tangentes. Si $m\angle A = 40°$, halla x.



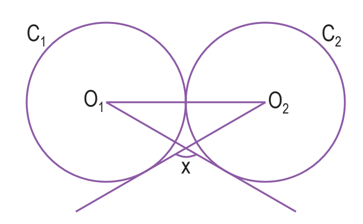
A) 100° B) 120° C) 140° D) 160° E) 150°

13. Si AB = 8 y BC = 6; calcula R (T es punto de tangencia).



A) 5 B) 3 C) 8 D) 6 E) 4

14. Si C_1 y C_2 son circunferencias congruentes, de centros O_1 y O_2, respectivamente; calcula x.

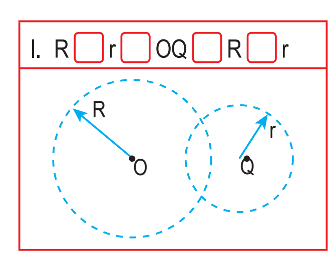


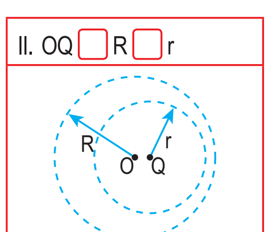
A) 120° B) 90° C) 130° D) 100° E) 150°

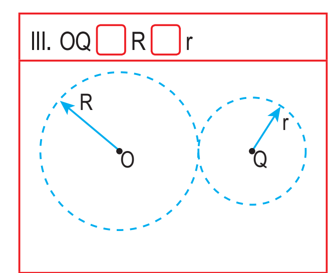
NIVEL 2

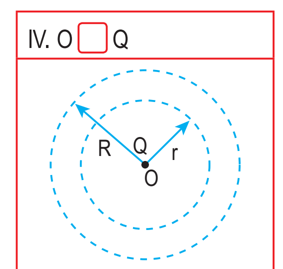
Comunicación matemática

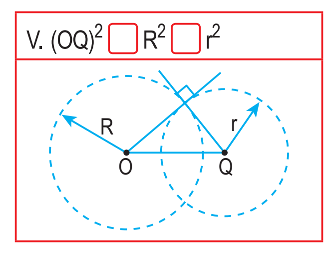
15. Completa los recuadros con los símbolos: +, –, >, < o = de acuerdo a cada uno de los gráficos.

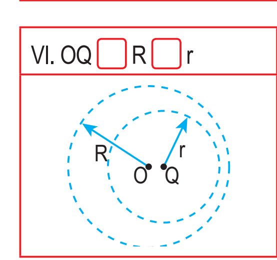




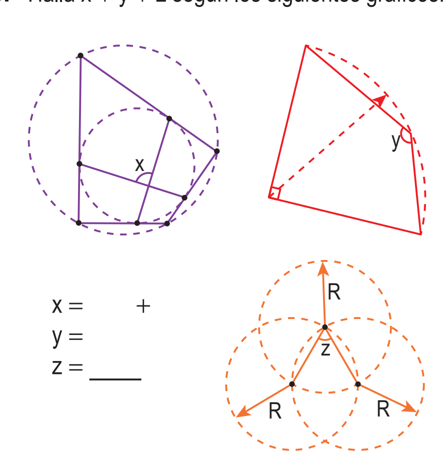








16. Halla x + y + z según los siguientes gráficos:



17. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

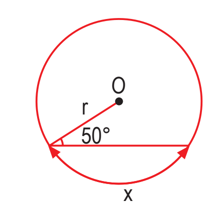
I. Dos arcos son congruentes si y solo si tienen la misma medida angular y longitudinal. ( )

II. Todo trapecio isósceles es un cuadrilátero bicéntrico. ( )

III. Dos circunferencias secantes determinan dos arcos congruentes. ( )

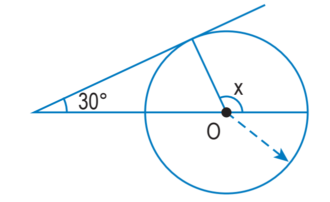
Razonamiento y demostración

18. Halla x.



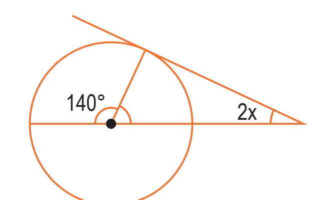
A) 100° B) 80° C) 85°
D) 90° E) 75°

19. Halla x.



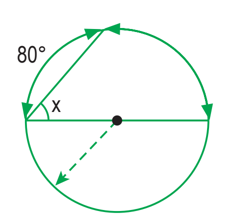
A) 120° B) 110° C) 100°
D) 150° E) 140°

20. Halla x.



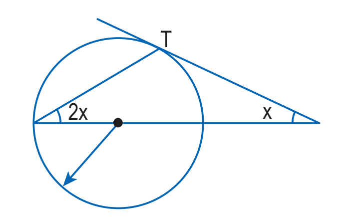
A) 30° B) 32° C) 36°
D) 20° E) 25°

21. Halla x.



A) 60° B) 70° C) 80°
D) 40° E) 50°

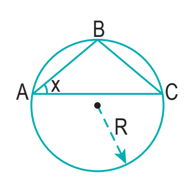
22. Halla x, si T es punto de tangencia.



A) 16° B) 18° C) 20°
D) 30° E) 36°

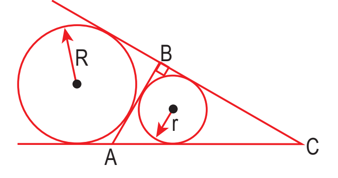
Resolución de problemas

23. Si BC = R, calcula x.



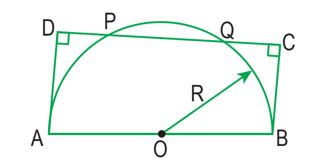
A) 36° B) 20° C) 40° D) 30° E) 32°

24. Calcula R/r si AB = 5 y BC = 12.



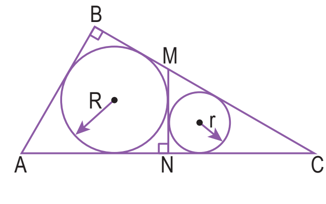
A) 6 B) 5/3 C) 3/4 D) 3/2 E) 2

25. Calcula (AD + BC), si AB = 10 y PQ = 8.



A) 8 B) 10 C) 2 D) 6 E) 14

26. En la figura, MN = 12, halla R + r.

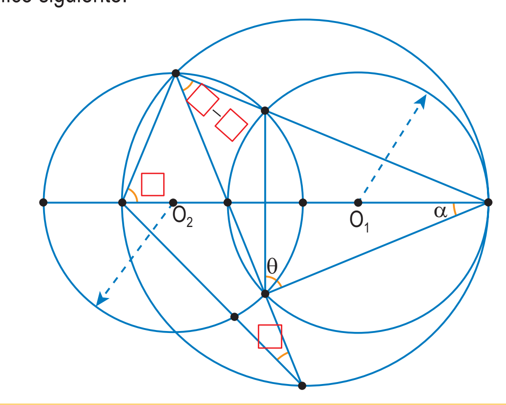


A) 12 B) 10 C) 8 D) 6 E) 4

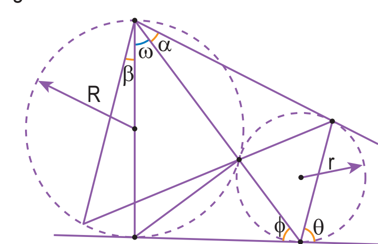
NIVEL 3

Comunicación matemática

27. Rellena los recuadros en blanco con los valores presentes en el gráfico siguiente:



28. Completa los recuadros en blanco según los valores presentes en el siguiente gráfico:

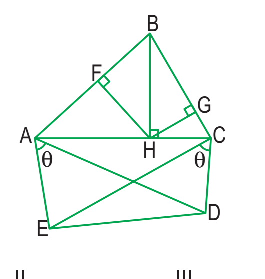


I. $\theta + \square = 90°$

II. $\omega + \phi = \square$

III. $\alpha + \square + \square = \theta$

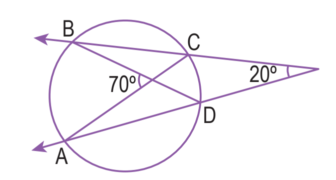
29. Encuentra en el siguiente gráfico tres cuadriláteros inscriptibles:



I. ______ II. ______ III. ______

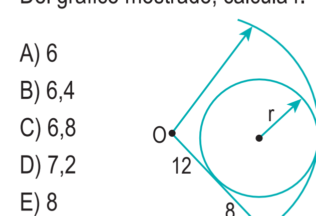
Razonamiento y demostración

30. Según la figura, calcula la $m\overset{\frown}{CD}$.



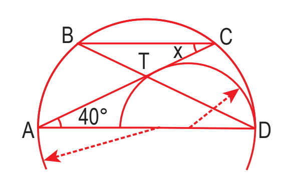
A) 60° B) 50° C) 20°
D) 40° E) 30°

31. Del gráfico mostrado, calcula r.



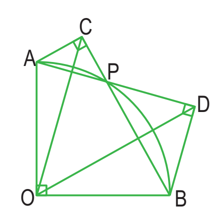
A) 6
B) 6,4
C) 6,8
D) 7,2
E) 8

32. En la figura, T es punto de tangencia. Calcula x.



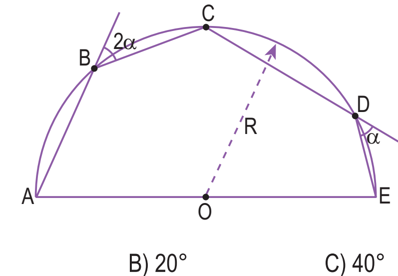
A) 20° B) 25° C) 23°
D) 24° E) 21°

33. Calcula x.



A) 40° B) 60° C) 54°
D) 45° E) 50°

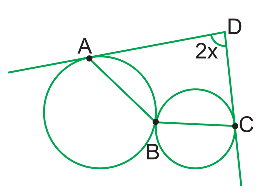
34. Calcula α.



A) 45° B) 20° C) 40°
D) 30° E) 35°

Resolución de problemas

35. Calcula x, si A, B y C son puntos de tangencia, además la $m\angle ABC = 3x$.

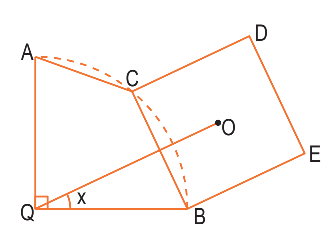


A) 60° B) 10° C) 45°
D) 20° E) 30°

36. En un triángulo isósceles ABC (AC = BC) se inscribe una circunferencia, tangente al lado $\overline{AB}$ en M. Luego, se traza el segmento $\overline{DE}$ tangente a la circunferencia y paralelo a $\overline{AC}$ donde D esta en $\overline{AB}$ y E en $\overline{BC}$. Si BE = 6 y BM = 10, halla AC.

A) 14 B) 16 C) 18
D) 15 E) 17

37. Si BCDE es un cuadrado de centro O y CD = $\sqrt{2}$(AC) calcula x.

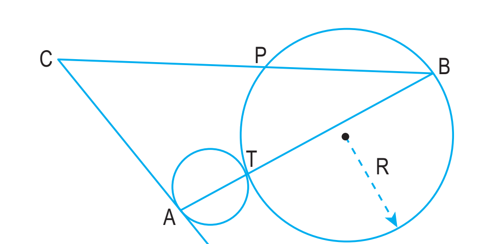


A) 18°30' B) 30° C) 26°30'
D) 15° E) 20°

38. Un triángulo ABC recto en B está inscrito en una circunferencia. Calcula el radio de la circunferencia circunscrita al triángulo ABC en función de los radios r_1 y r_2 de las circunferencias máximas inscritas a los segmentos circulares determinados por los catetos AB y BC, y del radio de la circunferencia inscrita al triángulo ABC.

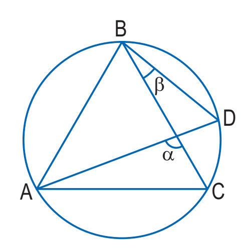
A) $r + r_1 + r_2$ B) $r - (r_1 + r_2)$ C) $2(r + r_1 + r_2)$
D) $r + 3(r_1 + r_2)$ E) $r + 2(r_1 + r_2)$

39. Según el gráfico A y T son puntos de tangencia, PB = 8, PT = R y m∠PBT = 30°. Calcula AB.



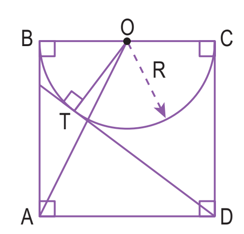
A) $4\sqrt{3}$ B) 4 C) $8\sqrt{3}$
D) 8 E) 3R

40. En el gráfico, ABC es un triángulo equilátero y la medida del ángulo α es de 100°. Calcula la medida del ángulo β.



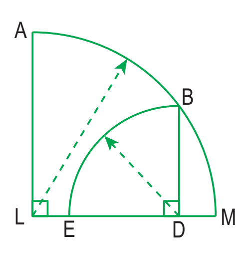
A) 20° B) 30° C) 40°
D) 50° E) 60°

41. En el gráfico mostrado ABCD es un cuadrado de centro O y radio de longitud R. Si T es punto de tangencia entonces m∠TOA es:



A) 7,5° B) 8,5° C) 9,5°
D) 10,5° E) 11,5°

42. En el gráfico, EL = DM. Calcula m$\overset{\frown}{AB}$.



A) 37° B) 45° C) 53°
D) 60° E) 74°



Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. E
5. A
6. C
7. E
8. E
9. B
10. E
11. A
12. D
13. E
14. A

NIVEL 2
15.
16.
17.
18. B
19. A
20. E
21. E
22. B
23. D
24. D
25. D
26. A

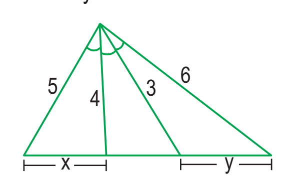
NIVEL 3
27.
28.
29.
30. B
31. B
32. B
33. D
34. D
35. C
36. D
37. C
38. E
39. C
40. A
41. D
42. C




Aplicamos lo aprendido

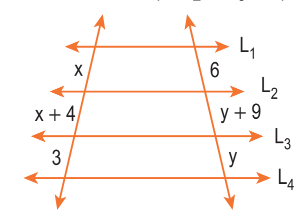
TEMA 4: PROPORCIONALIDAD

1 Halla $\frac{x}{y}$.



A) 10/9 B)1/4 C) 9/10
D) 11/10 E) 3/5

2 Calcula x, si $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3} // \overleftrightarrow{L_4}$.

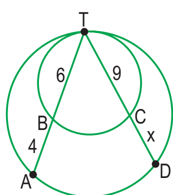


A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 7

3 En un triángulo ABC, AB = 16, se traza la mediana BM. Calcula BM, si:
$m\angle MBC = m\angle BAC + m\angle BCA$.

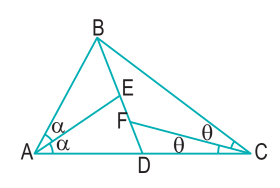
A) 9 B) 10 C) 16
D) 6 E) 8

4 Del gráfico, calcula x (T es punto de tangencia).



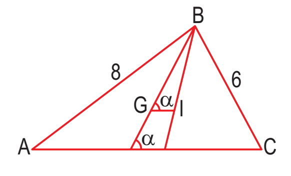
A) 5 B) 6 C) 8
D) 9 E) 12

5 En la figura: AD = DC, BC = 2AB, BE = 9 y EF = 3, Calcula FD.



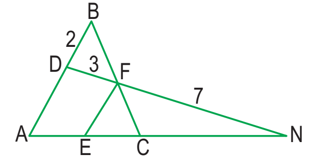
A) 5 B) 9 C) 6
D) 8 E) 12

6 Si G es el baricentro e I el incentro del triángulo ABC, calcula AC.



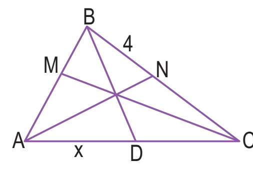
A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 12

7 Calcula AD, si BF = FC, además $\overline{FE} \parallel \overline{AB}$.



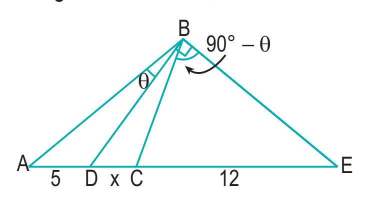
A) 5 B) 4 C) 6
D) 3 E) 2

8 Si: 3(MA) = 2(NC) y 5(MB) = 2(DC), calcula x.



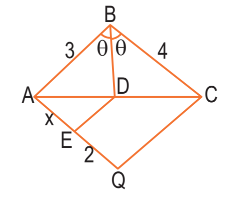
A) 12 B) 18 C) 20/3
D) 14 E) 15

9 Del gráfico mostrado, calcula x.



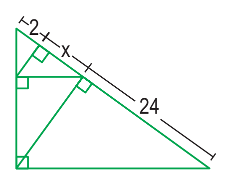
A) 1 B) 2 C) 3
D) 5 E) 4

10 De la figura, calcula x si $\overline{DE} \parallel \overline{CQ}$.



A) 1 B) 1,5 C) 1,2
D) 1,4 E) 2

11 Calcula x.



A) 4 B) 7 C) 8
D) 5 E) 6

12 En un triángulo ABC las bisectrices interiores AE y BD se intersecan en el punto F. Calcula AC si AF = 9; 3EC = 4EF.

A) 12 B) 15 C) 9
D) 10 E) 7

13 En un triángulo ABC: AB = 6 u; BC = 8 u y AC = 10 u. Se trazan las cevianas concurrentes AP, BQ y CD. Si AD = 2 y AQ = 4; calcula BP.

A) 5 u B) $\frac{32}{7}$ u C) $\frac{9}{2}$ u
D) $\frac{30}{7}$ u E) 4 u

14 De la figura, calcula la suma de los valores que toma x.

B, x – 2, E, x – 4, A, 6, D, x – 3, C

A) 5 B) 7 C) 12
D) 11 E) 6

Claves

1. A 2. A 3. E 4. B 5. C 6. B 7. A 8. C 9. C 10. B 11. E 12. A 13. B 14. D

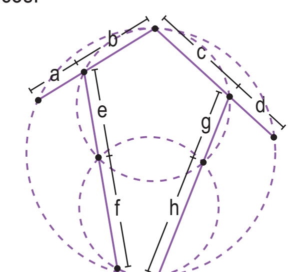


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

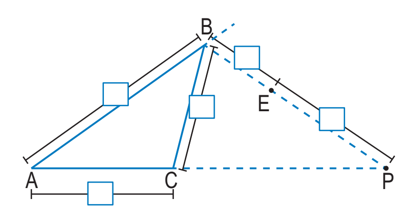
1. Rellena los recuadros en blanco con las letras presentes en los siguientes gráficos:



I. $\frac{\square}{\square} = \frac{\square}{d}$ II. $\frac{e}{\square} = \frac{\square}{\square}$

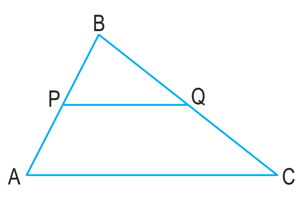
III. $\frac{\square + \square}{\square} = \frac{\square + \square}{d}$

2. Rellena los recuadros en blanco con las letras presentes en la proporción geométrica: $\frac{m}{n} = \frac{x-y}{z}$; además E es el excentro relativo a $\overline{BC}$.



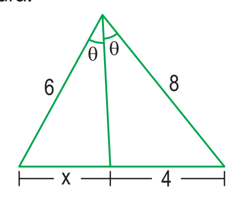
Razonamiento y demostración

3. Si $\overline{PQ} // \overline{AC}$, PB = 2; PA = 3 y QC = 5.
Calcula BQ.



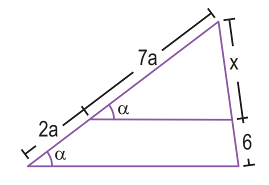
A) 10/3 B) 20/3 C) 8/3
D) 4/3 E) 25/3

4. Calcula x, en la figura.



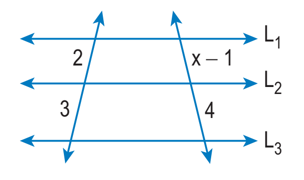
A) 2 B) 3 C) 2,5
D) 3,5 E) 1,8

5. Halla x – 1.



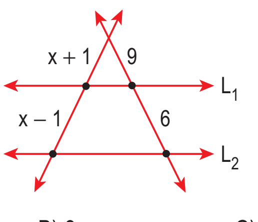
A) 20 B) 21 C) 22
D) 23 E) 18

6. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$, calcula x.



A) 11/3 B) 3 C) 2
D) 5 E) 4

7. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2}$, calcula x.



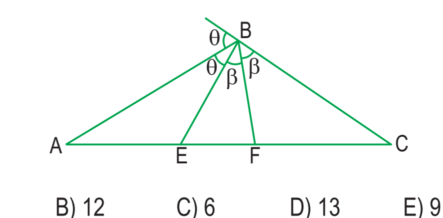
A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

Resolución de problemas

8. En un triángulo ABC, $\overline{BD}$ y $\overline{BE}$ son bisectriz interior y exterior, respectivamente. Calcula CE, si: AD = 5 y DC = 3.

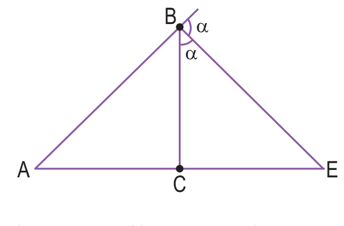
A) 9 B) 10 C) 11 D) 8 E) 12

9. En el gráfico, AE = 4 y FC = 6. Halla AC.



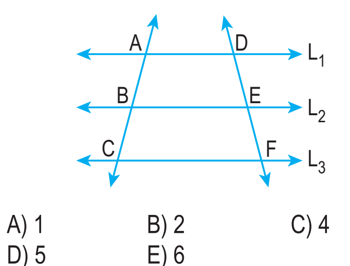
A) 4 B) 12 C) 6 D) 13 E) 9

10. En el gráfico, AB = 2(BC) y AC = 4. Calcula CE.



A) 3 B) 6 C) 2 D) 4 E) 8

11. Si: $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$, BC = 2(AB) y DF = 12 Halla DE.

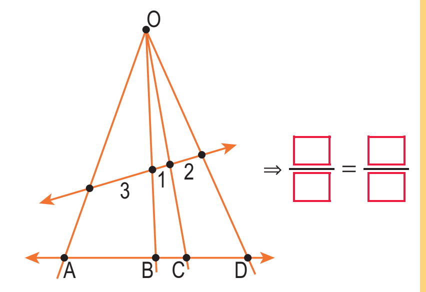


A) 1 B) 2 C) 4
D) 5 E) 6

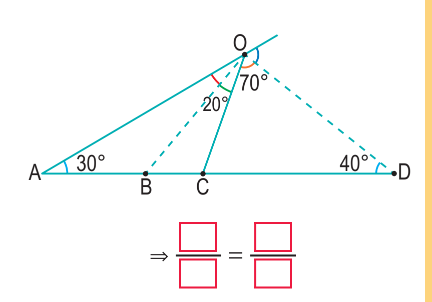
NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Rellena los recuadros en blanco con las notaciones de los segmentos de recta presentes en el siguiente gráfico:

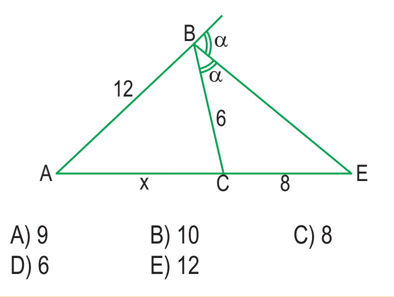


13. Rellena los recuadros en blanco con las notaciones de los segmentos presentes en el siguiente gráfico:



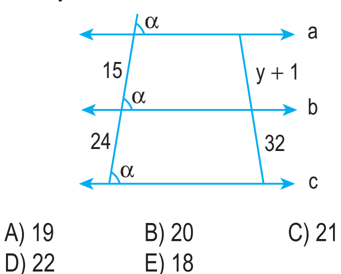
Razonamiento y demostración

14. Halla x.



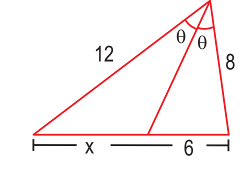
A) 9 B) 10 C) 8
D) 6 E) 12

15. Halla y.



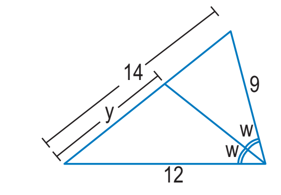
A) 19 B) 20 C) 21
D) 22 E) 18

16. Halla x.



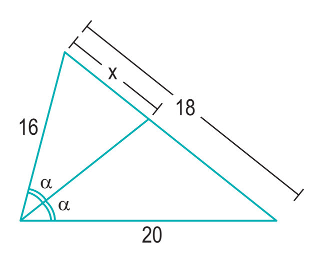
A) 9 B) 8 C) 10
D) 6 E) 7

17. Halla y.



A) 6 B) 8 C) 10
D) 12 E) 9

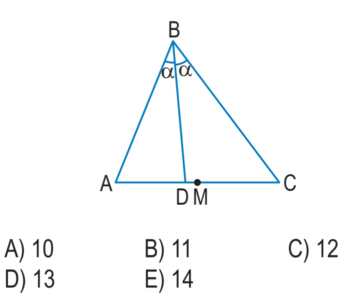
18. Halla x.



A) 6 B) 10 C) 8
D) 12 E) 8,5

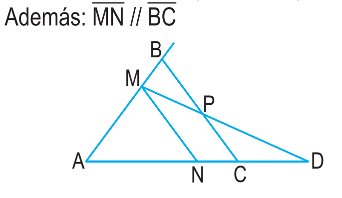
Resolución de problemas

19. En la figura mostrada: AB = 10; BC = 12, AM = MC y DM = 0,5. Calcula AC.



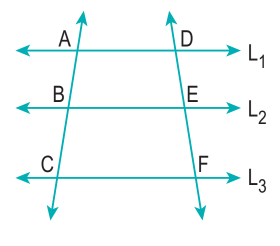
A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

20. En la figura, calcula PD.
Si: AM = 9 ; MB = 6 y MP = 8, (AN = ND)
Además: $\overline{MN} // \overline{BC}$



A) 2 B) 4 C) 6
D) 5 E) 1

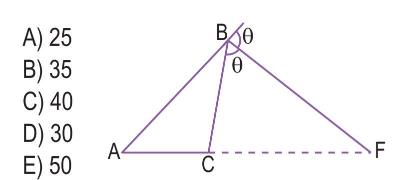
21. $\overleftrightarrow{L_1} // \overleftrightarrow{L_2} // \overleftrightarrow{L_3}$; 3AB = 2BC y DF = 15. Calcula EF.



A) 6 B) 7 C) 8
D) 9 E) 10

22. Si AB = 12, BC = 8 y AC = 10, calcula AF.

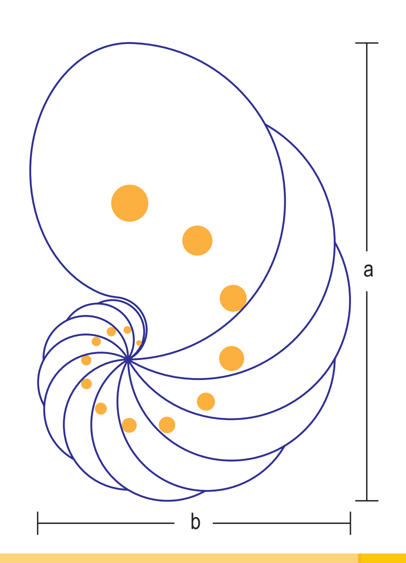
A) 25
B) 35
C) 40
D) 30
E) 50

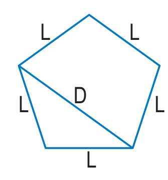


NIVEL 3

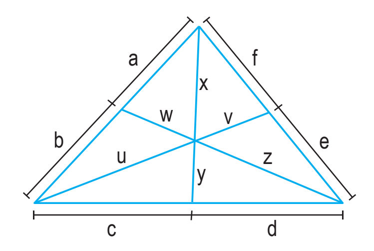
Comunicación matemática

23. Halla la razón geométrica entre las dimensiones de la casa de un caracol marino (Nautilus) si se sabe que están en la misma razón que el lado y la diagonal de un pentágono regular.

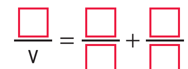




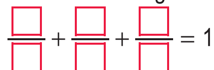
24. Rellena los recuadros en blanco con las letras presentes en el siguiente gráfico:



I. Teorema de Van Aubel:

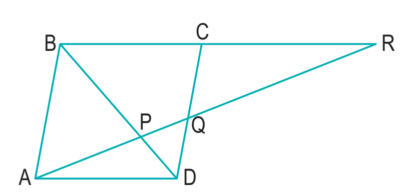


II. Teorema de Gergonne :



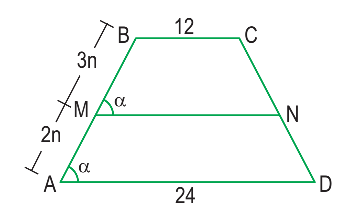
Razonamiento y demostración

25. En la figura, ABCD es un paralelogramo. Si AP = 6 y PQ = 4, calcula QR.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

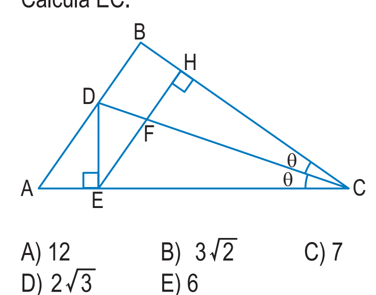
26. Si $\overline{BC}$ // $\overline{AD}$, calcula MN.



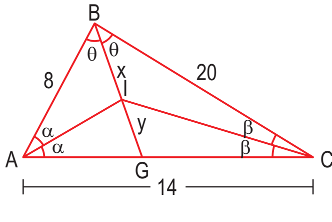
A) $\frac{86}{5}$ B) $\frac{96}{5}$ C) $\frac{56}{5}$
D) $\frac{76}{5}$ E) 17

27. En el gráfico: $\overline{AB}$, $\overline{BC}$ y $\overline{AC}$ son diámetros, AP = 2; PQ = 3 y CR = 4. Calcula SR.

A) 8/3
B) 7/3
C) 2
D) 5/3
E) 3/5

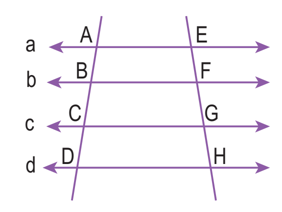


28. En el gráfico: $\overline{EF}$ // $\overline{AD}$, HC = 4, AE = 3. Calcula EC.



A) 12 B) $3\sqrt{2}$ C) 7
D) $2\sqrt{3}$ E) 6

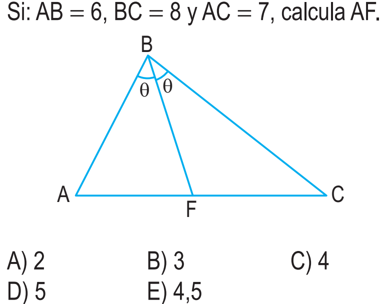
29. Halla x/y donde I es el incentro del triángulo ABC.



A) 1,5 B) 2 C) 3
D) 2,5 E) 1,8

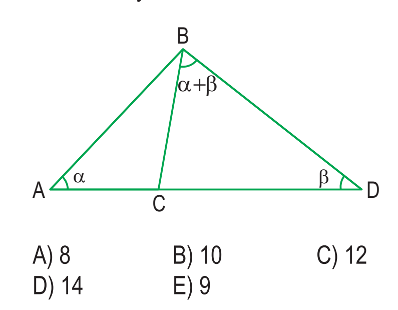
Resolución de problemas

30. Si: $\overleftrightarrow{a}$ // $\overleftrightarrow{b}$ // $\overleftrightarrow{c}$ // $\overleftrightarrow{d}$, AB = 5, CD = 7, EG = 15 y FH = 19. Calcula FG.



A) 2 B) 3 C) 4
D) 1 E) 5

31. Si: AB = 6, BC = 8 y AC = 7, calcula AF.



A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 4,5

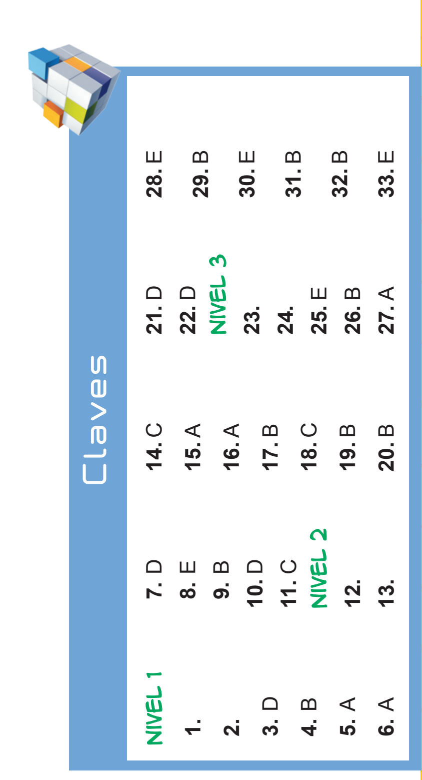
32. Si: BC = 6 y 3AC = 2CD. Calcula AB.

B, α+β, α, β, A, C, D

A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 9

33. En un triángulo ABC: AB = 10, BC = 14 y AC = 16. Calcula la diferencia de las medidas de los segmentos que determina la bisectriz interior del ángulo B sobre AC.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 8/3



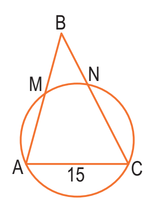
Aplicamos lo aprendido





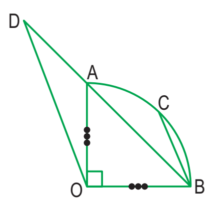
TEMA 5: SEMEJANZA DE TRIÁNGULOS

1 Calcula MN, si BM = 3 y BC = 9.



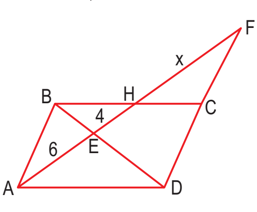
A) 4 B) 5 C) 7
D) 8 E) 9

2 Según el gráfico $\overline{BC}$ // $\overline{OD}$ y OD = 2AB. Calcula BC, si AD = 4.



A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) 4
D) 2 E) 3

3 Calcula x, si ABCD es un romboide.



A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

4 En un triángulo ABC se trazan las alturas AD y CE tal que: AE = 12; BE = 3 y BD = 5. Calcula CD.

A) 2 B) 3 C) 4
D) 5 E) 6

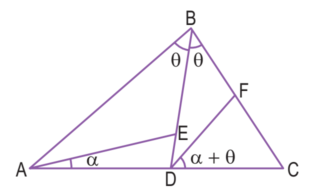
5 En un $\triangle ABC$; $m\angle B = 90°$ y AC = 7. Se traza la ceviana AD, tal que: 2DC = 3BD y $m\angle BAC = 2(m\angle ADB)$. Calcula AB.

A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 3,5

6 En un trapecio ABCD ($\overline{BC}$ // $\overline{AD}$), BC = 4, AD = 6 y la altura mide 8. Halla la distancia del punto de corte de las diagonales a la mediana del trapecio.

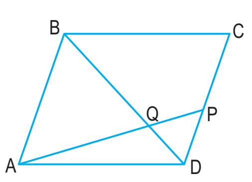
A) 4/5 B) 1 C) 3/4
D) 5/6 E) 2/3

7 Según el gráfico, AB = 10; BE = 5 y ED = 3. Calcula BF.



A) 3 B) 4 C) 6
D) 7 E) 9

8 En la figura, ABCD es un paralelogramo, AB = 18 m y AP = 4(QP), calcula PD.

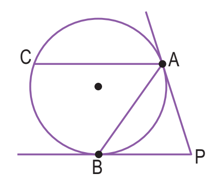


A) 12 m B) 6 m C) 8 m
D) 10 m E) 4 m

9 Se da un triángulo ABC, cuyos lados AB y BC miden 8 m y 6 m, respectivamente, sobre $\overline{AB}$ se toma el punto D.
Si: m∠BAC = m∠BCD. Calcula AD.

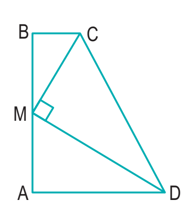
A) 3 m B) 3,2 m C) 3,5 m
D) 4 m E) 4,2 m

10 Del gráfico, A y B son puntos de tangencia, $\overline{AC} \parallel \overline{PB}$, PA = 9 y AB = 12. Calcula AC.



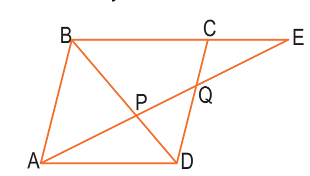
A) 15 B) 10 C) 9
D) 16 E) 12

11 Si ABCD es un trapecio rectángulo ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), BM = AM, BC = a y AD = b. Halla AB.



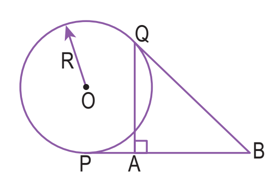
A) $4\sqrt{ab}$ B) $\sqrt{2ab}$ C) $\sqrt{ab}$
D) $2\sqrt{ab}$ E) 2a + b

12 Si ABCD es un paralelogramo, halla el valor de QE, si AP = 12 y PQ = 8.



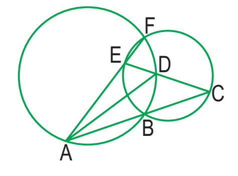
A) 9 B) 12 C) 7
D) 8 E) 10

13 En la figura, P y Q son puntos de tangencia, 7PA = 3QA
Si BQ = 21 m calcula R.



A) 9 m B) 4 m C) 3 m
D) 6 m E) 10 m

14 Si AB = 4 m y BC = 5 m. Calcula AD.



A) 10 m B) 15 m C) 6 m
D) 14 m E) 20 m

Claves

1. B	3. C	5. B	7. B	9. C	11. D	13. A
2. D	4. C	6. A	8. B	10. D	12. E	14. C

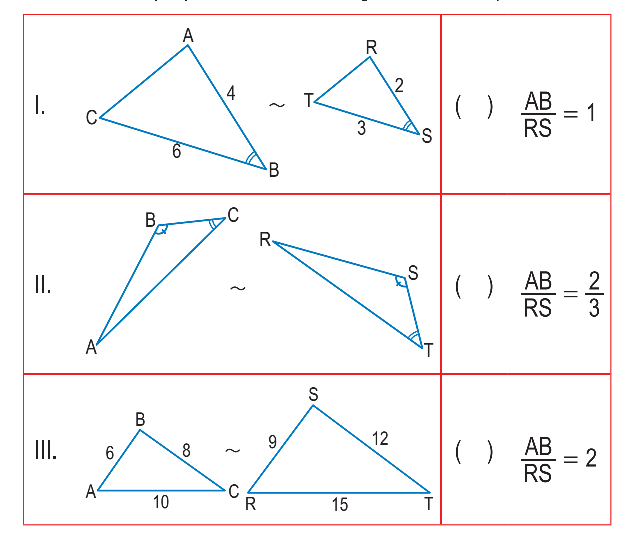


Practiquemos

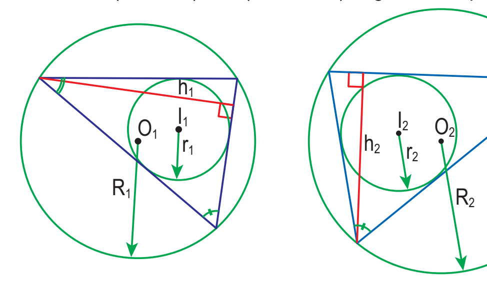
NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona las proposiciones con los gráficos correspondientes:



2. Coloca ✓ (correcto) o ✗ (incorrecto) según corresponda:

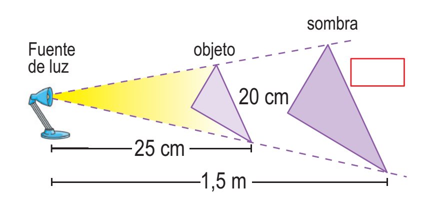


I. r_1 y r_2 son elementos homólogos. ( )

II. R_1 y R_2 no son elementos homólogos. ( )

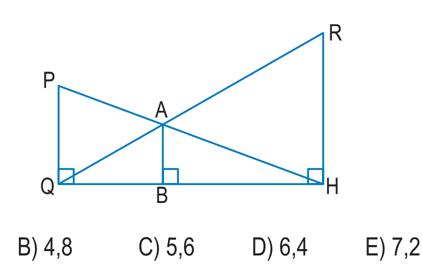
III. h_1 y h_2 son elementos homólogos. ( )

3. Completa los recuadros en blanco según los valores presuntos en el siguiente gráfico:



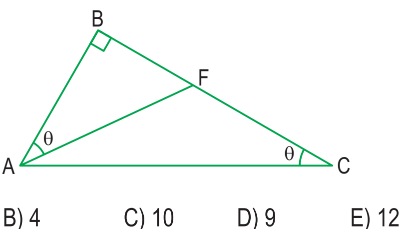
Razonamiento y demostración

4. Calcula AB, si PQ = 8 y RH = 12.



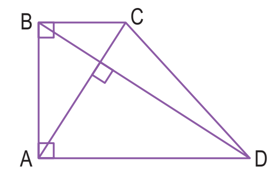
A) 3,6 B) 4,8 C) 5,6 D) 6,4 E) 7,2

5. En la figura, si BF = 4 y FC = 5, calcula AB.



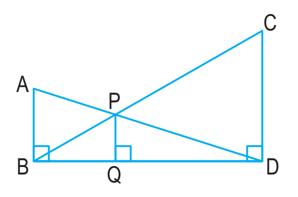
A) 6 B) 4 C) 10 D) 9 E) 12

6. En la figura, si: BC = 4 m y AD = 16 m, calcula la altura del trapecio.



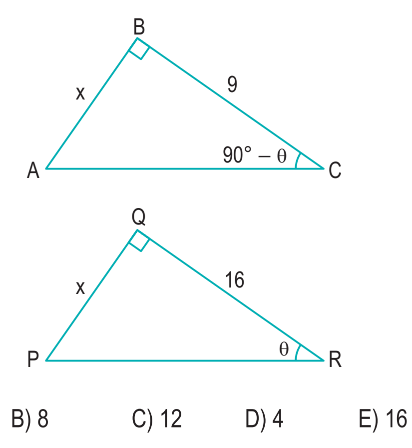
A) 6 m B) 8 m C) 10 m D) 12 m E) 16 m

7. En la figura, AB = 6 m y CD = 10 m, calcula PQ.



A) 4,50 m B) 6 m C) 3,75 m D) 3,50 m E) 9,3 m

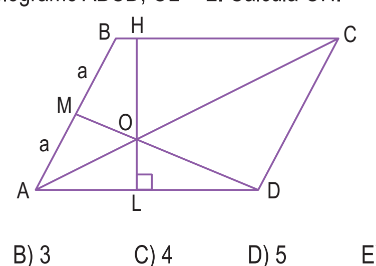
8. En la figura, calcula x.



A) 20 B) 8 C) 12 D) 4 E) 16

Resolución de problemas

9. En el paralelogramo ABCD, OL = 2. Calcula OH.

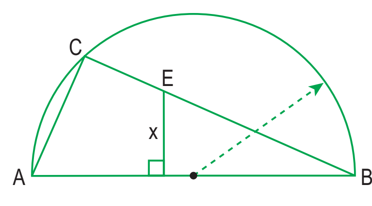


A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

10. Las longitudes de las bases de un trapecio están en la relación de 2 a 3. Calcula la distancia del punto de intersección de las diagonales a la base mayor, si la altura del trapecio mide 15.

A) 3 B) 6 C) 9
D) 7,5 E) 10

11. Halla x si AC = 1, AB = 3 y EB = 2.



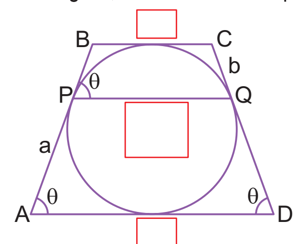
A) $\frac{1}{3}$ B) 1 C) $\frac{2}{5}$

D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{1}{2}$

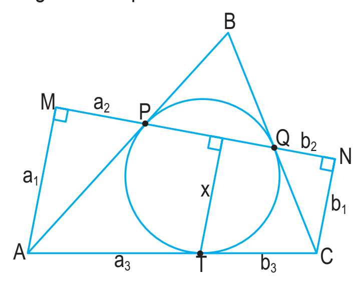
NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Completa los recuadros en blanco según los valores presentes en la siguiente figura, si ABCD es un trapecio.



13. Coloca ✓ (correcto) o ✗ (incorrecto) según corresponda.

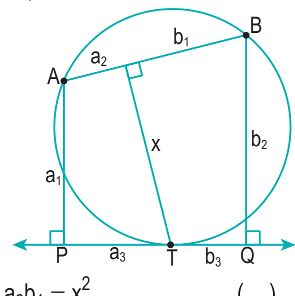


I. $\frac{2}{x} = \frac{1}{a_1} + \frac{1}{b_1}$ ( )

II. $\frac{2}{x} = \frac{1}{a_2} + \frac{1}{b_2}$ ( )

III. $\frac{2}{x} = \frac{1}{a_3} + \frac{1}{a_4}$ ( )

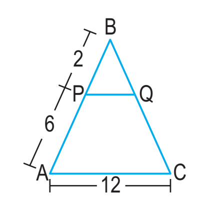
14. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:



I. $a_2b_1 = x^2$ ( )
II. $a_1b_2 = x^2$ ( )
III. $a_3b_3 = x^2$ ( )

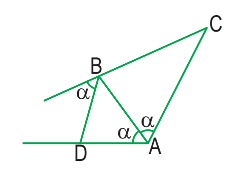
Razonamiento y demostración

15. En la figura si: $\overline{PQ} \parallel \overline{AC}$, calcula PQ.



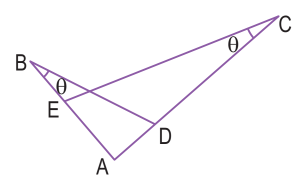
A) 7 B) 5 C) 2
D) 9 E) 3

16. Calcula BA, si DA = 4 y AC = 9.



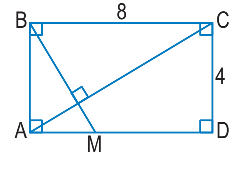
A) 2 B) 6 C) 4
D) 5 E) 3

17. En la figura, CD = 3(BE); AE = 7 y AD = 4. Calcula BE.



A) 5 B) 5,4 C) 6
D) 6,6 E) 7,2

18. En la figura, calcula AM.



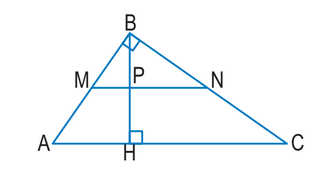
A) 1,0 B) 2 C) 4,5
D) 2,5 E) 3,6

Resolución de problemas

19. En un trapecio las bases miden 5 y 14. La distancia del punto de intersección de los lados no paralelos a la base mayor mide 28. Calcula la altura del trapecio.

A) 18 B) 14 C) 16
D) 10 E) 20

20. En la figura $\overline{MN} \parallel \overline{AC}$, MN = 4, AC = 16 y BH = 4. Halla PH.

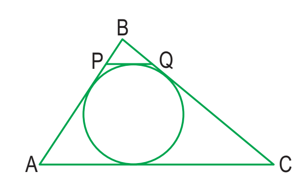


A) 2 B) 3 C) 4/3
D) 3/2 E) 1

21. En un rectángulo ABCD, el lado AB mide 12. Se toma el punto medio M de $\overline{CD}$. El segmento BM corta a la diagonal AC en H, halla la distancia del punto H al lado BC.

A) 4 B) 2 C) 4,5
D) 2,5 E) 1

22. En la figura, $\overline{PQ}$ es tangente a la circunferencia y paralelo a $\overline{AC}$. Si AB = 5, BC = 6 y AC = 7, calcula PQ.

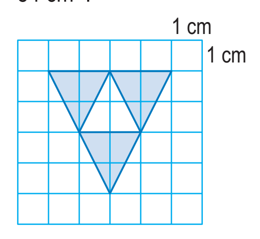


A) 10,6 B) 4,3 C) 1,55
D) 8,2 E) 14,9

NIVEL 3

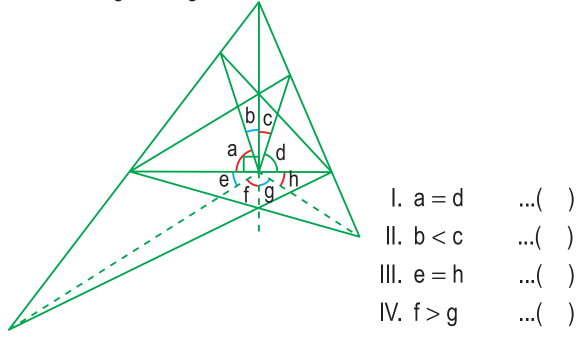
Comunicación matemática

23. La siguiente figura es el logo de una compañía de autos. ¿Cuáles serán sus dimensiones si debe ocupar un área de 54 cm^2?



A) 4 cm B) 8 cm C) 6 cm
D) 5 cm E) 3 cm

24. Coloca V (verdadero) o F falso) según corresponda, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. a = d ...( )

II. b < c ...( )

III. e = h ...( )

IV. f > g ...( )

25. Coloca **V** (verdadero) o **F** (falso) según corresponda:

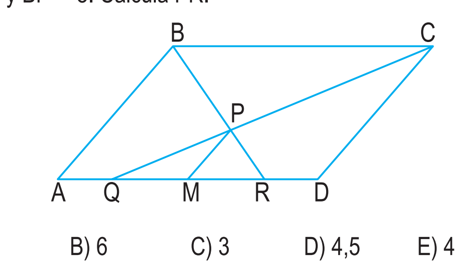
I. Dos triángulos son semejantes si tienen tres pares de ángulos congruentes. ( )

II. Dos triángulos son semejantes si sus circunradios e inradios tienen la misma proporción. ( )

III. Dos triángulos son congruentes si tienen dos lados respectivamente proporcionales. ( )

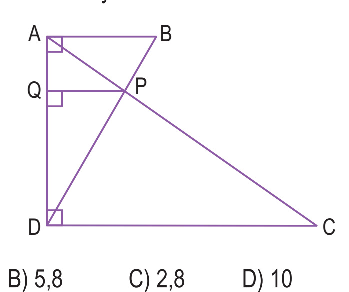
Razonamiento y demostración

26. Según el gráfico ABCD es un romboide, $\overline{PM} \parallel \overline{CD}$, QM = MR = RD y BP = 8. Calcula PR.



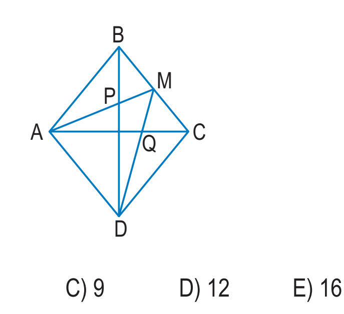
A) 2 B) 6 C) 3 D) 4,5 E) 4

27. Calcula PQ, si: AB = 8 y CD = 12.



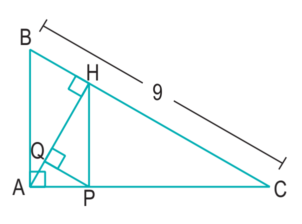
A) 4,8 B) 5,8 C) 2,8 D) 10 E) 2

28. En el rombo ABCD, M es punto medio de $\overline{BC}$. Calcula PQ, si: AB = 24.



A) 6 B) 8 C) 9 D) 12 E) 16

29. Calcula PQ, si AH = 3 y BC = 9.



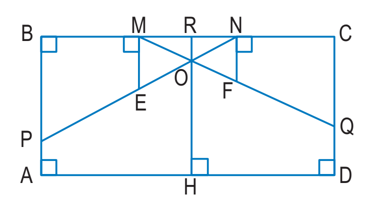
A) 1 B) 1,5 C) 2 D) 0,5 E) 1/3

Resolución de problemas

30. Los catetos de un triángulo miden 3 y 4. ¿Cuánto mide un segmento paralelo al cateto que mide 3, si se determinan dos figuras isoperimétricas?

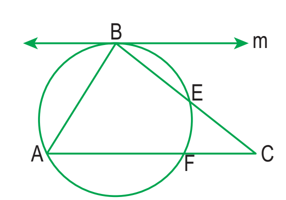
A) 1 B) 1/3 C) 2/3 D) 1/2 E) 2

31. En el gráfico, AP = 3 m; CQ = 4 m; QD = 5 m y BM = MN = NC. Calcula OH.



A) 5,4 m B) 3,2 m C) 9,3 m D) 7,8 m E) 6,2 m

32. En la figura, B es punto de tangencia y $\overleftrightarrow{m} \parallel \overline{AC}$. Halla AB, si BE = 4 y EC = 5.



A) 5 B) 6 C) 8 D) 7 E) 9

33. En un △ABC, AB = 9, BC = 8 y AC = 3; sobre $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$, se toman los puntos E y F, respectivamente; de modo que $\overline{EF}$ sea tangente a la circunferencia inscrita en el △ABC y además $\overline{EF} \parallel \overline{AC}$. Halla la longitud $\overline{EF}$.

A) 1 B) 2 C) 2,5 D) 2,1 E) 2,8



Claves

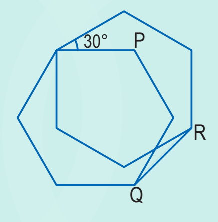
NIVEL 1
1.
2.
3.
4. B
5. A
6. B
7. C
8. C
9. C
10. C
11. D

NIVEL 2
12.
13.
14.
15. E
16. B
17. D
18. B
19. A
20. B
21. A
22. C

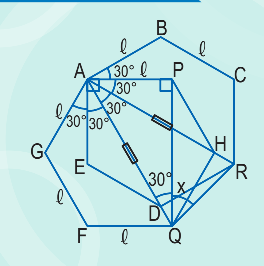
NIVEL 3
23. C
24.
25.
26. E
27. A
28. B
29. A
30. E
31. D
32. B
33. D

MARATÓN Matemática

De la figura dada calcula la m∠PQR si se muestran dos hexágonos regulares congruentes.



Resolución



Se sabe que la medida del ángulo interno de un hexágono regular es 120°:

m∠EAB = 120° = m∠EAP + m∠PAB.
Pero m∠PAB = 30° ⇒ m∠EAP = 90°

Recíprocamente para el hexágono regular APHQFG, m∠GAE = 30°.

De la gráfica:

$\overline{AQ}$ y $\overline{AR}$ son diagonales mayores de un hexágono regular
⇒ AQ = AR y m∠GAQ = m∠BAR = 60°

Del ángulo A:
m∠GAP = 120° y m∠BAP = 30°
⇒ m∠GAP + m∠BAP = m∠GAQ + m∠QAR + m∠RAB
120° + 30° = 60° + m∠QAR + 60°
m∠QAR = 30°

Del polígono regular: m∠AQP = 30°

Nos piden: m∠PQR = x

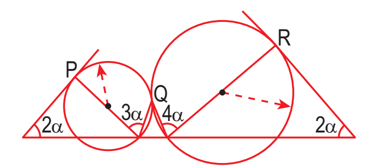
Del triángulo isósceles QAR:
m∠AQR = 75° = 30° + x
⇒ x = 45°

1. En un mismo plano se tiene tres polígonos, el polígono 2 tiene doble número de lados del polígono 1 y comparten un lado en común. El polígono 3 es el resultado de la unión de los polígonos anteriores, donde solamente el lado en común sin sus extremos pertenece a la región interior. Si el número total de diagonales del polígono 3 es 152, calcula el número total de diagonales del polígono de menor número de lados.

A) 7 B) 14 C) 21 D) 35 E) 49

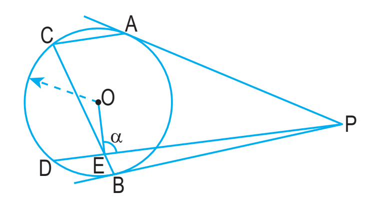
2. De la gráfica P, Q y R son puntos de tangencia. Calcula.





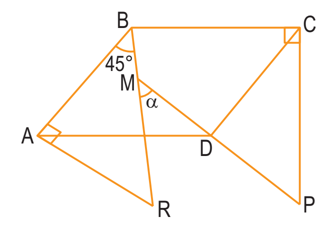
A) 18°
B) 16°
C) 24°
D) 9°
E) 15°

3. En la figura mostrada, A y B son puntos de tangencia y $\overline{AC}$ // $\overline{PD}$, halla α.



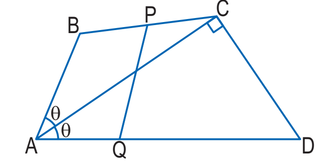
A) 45
B) 90°
C) 75°
D) 40°
E) 50°

4. En el gráfico ABCD es un romboide.
Si AD = CP y PD = 2(DM), calcula.



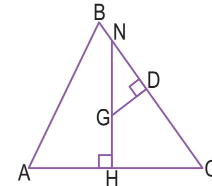
A) $\frac{37}{2}$
B) $\frac{53}{2}$
C) 22.5°
D) $\frac{127°}{2}$
E) $\frac{143°}{2}$

5. De la gráfica, BP = PC y AD = 4(AQ).
Si AD + 2(AB) = 18, calcula PQ.



A) 2
B) 3,5
C) 4,5
D) 4
E) 9

6. En el gráfico, G es baricentro de la región triangular ABC. Si (AH)(HC) = (GH)(NH) y ND . BC = 96. Calcula GD



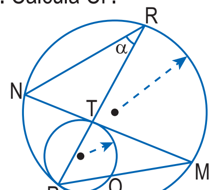
A) 5
B) 4
C) 3
D) 2
E) 1

7. Exteriormente a un romboide ABCD se construye los triángulos BFC y DCE semejantes (en ese orden)

Calcula: $\frac{m\angle BFC}{m\angle AFE}$

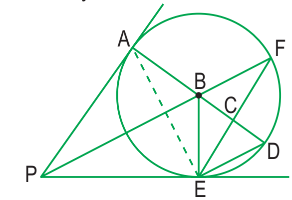
A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{2}{3}$ D) 2 E) $\frac{5}{2}$

8. En la figura $\overline{PF}$ // $\overline{ED}$, A y E son puntos de tangencia, BE = 4(BC) y EC = 6. Calcula CF.



A) 5
B) 4
C) 3
D) 2
E) 1

9. De la figura P y t son puntos de tangencia,
m$\overset{\frown}{TQ}$ = 92° y m$\overset{\frown}{PM}$ = 90°. Calcular α.



A) 53°
B) 43°
C) 37°
D) 47°
E) 41°


Geometría
Geometría
Geometría
Unidad 3
Geometría

RECUERDA

Blaise Pascal [1623-1662]

Filósofo, matemático y físico francés, considerado una de las mentes privilegiadas de la historia intelectual de Occidente. Nació en Clermont-Ferrand el 19 de junio de 1623, y su familia se estableció en París en 1629. Bajo la tutela de su padre, Pascal pronto se manifestó como un prodigio en matemáticas, y a la edad de 16 años formuló uno de los teoremas básicos de la geometría proyectiva, conocido como el teorema de Pascal y descrito en sus ensayos, Pascal formuló la teoría matemática de la probabilidad, que ha llegado a ser de gran importancia en estadísticas actuariales, matemáticas y sociales, así como un elemento fundamental en los cálculos de la física teórica moderna o sobre las cónicas (1639). En 1642 inventó la primera máquina de calcular mecánica.

Paolo Ruffini [1765-1822]

Matemático y médico italiano. Dedicó muchos años de su vida al estudio del problema que había mantenido ocupados a generaciones de matemáticos, demostrar la imposibilidad de encontrar una expresión con radicales que resuelva una ecuación algebraica de quinto grado. En el año 1799 publicó el libro Teoría general de las ecuaciones, en el cual aparece la regla que lleva su nombre.

Reflexiona

- *El trabajo es más que el medio de ganarse la vida, mucho más: es una oportunidad de probar lo que uno vale.*
- *Nuestra visión del mundo es pobre y limitada cuando miramos con los ojos carnales, mas cuando contemplamos con los ojos del espíritu, todo es grande, eterno e infinito.*
- *La fe es saber que el sol está brillando cuando el cielo está encapotado de nubes.*
- *Las cosas pequeñas hechas con amor y buena voluntad ayudan a construir un mundo lleno de grandeza.*

¡Razona...!

Se colocan los números del 1 al 20 en cada uno de los círculos, cada cuatro círculos consecutivos y colineales deben sumar 34. Calcula la suma de $x + y + z + w$.

A) 14 B) 15 C) 16
D) 19 E) 20

Aplicamos lo aprendido

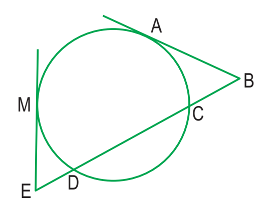


TEMA 1: RELACIONES MÉTRICAS

1 En una semicircunferencia de diámetro AB se traza por B una tangente y por A una secante que corta a la semicircunferencia en M y a la tangente en N. Si AM = 8 y MN = 2, calcula el radio de dicha semicircunferencia.

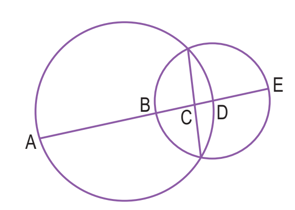
A) $2\sqrt{3}$ B) $\sqrt{3}$ C) $3\sqrt{2}$
D) $2\sqrt{5}$ E) $\sqrt{2}$

2 Calcula AB, si BC = 1, EM = 6 y ED = 4. (A y M son puntos de tangencia).



A) 6 B) $3\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{3}$
D) $\sqrt{6}$ E) $2\sqrt{3}$

3 Halla DE, si AB = 5, BC = 2 y CD = 1.

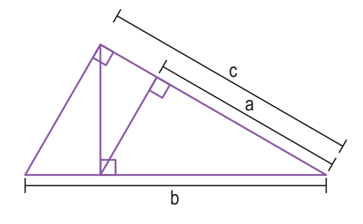


A) 2,3 B) 2,5 C) 5,2
D) 4,2 E) 3,3

4 Calcula el radio de la circunferencia circunscrita a un triangulo equilátero cuyo lado mide 4.

A) $\frac{\sqrt{2}}{4}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ C) $\frac{4}{3}\sqrt{3}$
D) $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ E) $\frac{8}{3}\sqrt{2}$

5 En la figura, halla la relación entre a, b y c.



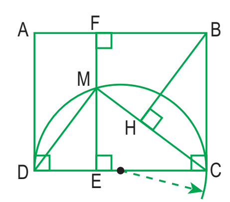
A) $c^3 = b^2a$ B) $c^2 = b^3a^2$ C) $c^4 = a^2b^3$
D) $c^3 = ba$ E) $c^2 = b^3a^5$

6 En la figura, calcula el radio de la circunferencia, si ABCD es un cuadrado de lado 8 m.

B C
A D

A) $4\sqrt{5}$ m B) $4\sqrt{2}$ m C) $5\sqrt{5}$ m
D) $4\sqrt{3}$ m E) $3\sqrt{5}$ m

7 En la figura, CM = CB, BH = 12 y DM = 8. Calcula AF.



A) 2 B) 1 C) 4
D) 3 E) 6

8 Calcula x

A) 1 B) 2 C) 6
D) 4 E) 5

9 En un triángulo rectángulo la hipotenusa mide 25 cm y la suma de las longitudes de los catetos y la altura es 47 cm. Calcula la longitud de la altura.

A) 12 cm B) 10 cm C) 6 cm
D) 8,5 cm E) 8 cm

10 En un triángulo rectángulo las proyecciones de la hipotenusa sobre cada cateto miden 9 y 12. Calcula la altura relativa a la hipotenusa.

A) 6,3 B) 7,2 C) 7
D) 4,5 E) 8,1

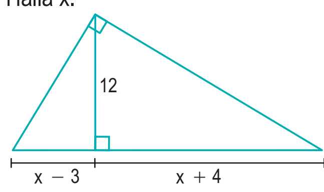
11 ABCD es un rectángulo de dimensiones: AB = 3 y BC = 4. Se traza $\overline{DP}$ perpendicular a la diagonal AC. Calcula AP.

A) 3,2 B) 4,8 C) 5,2
D) 5,5 E) 7,1

12 Los lados de un triángulo miden 18; 16 y 9. ¿Qué longitud igual se debe quitar a cada lado para obtener un triángulo rectángulo?

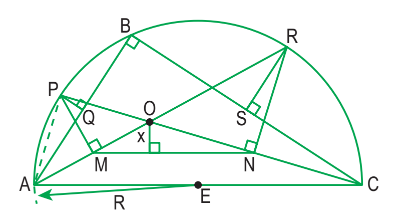
A) 1 B) 3 C) 5
D) 2 E) 4

13 Halla x.



A) 12 B) 15 C) 16
D) 18 E) 14

14 En la figura mostrada calcula x, si PQ = 1 y RS = 2, donde PQ y RS son sagitas.

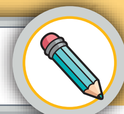


A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Claves

1. D	3. B	5. A	7. C	9. A	11. A	13. A
2. D	4. C	6. A	8. D	10. B	12. A	14. A

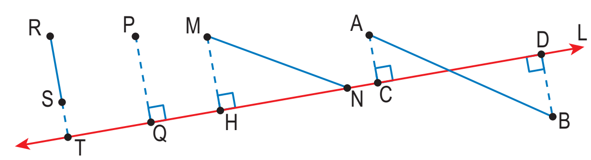
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



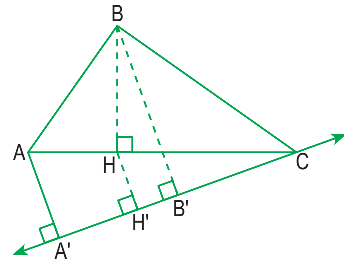
I) Q ( ) $Proy_{\overleftrightarrow{L}}\overline{RS}$

II) $\overline{HN}$ ( ) $Proy_{\overleftrightarrow{L}}\overline{AB}$

III) $\overline{CD}$ ( ) $Proy_{\overleftrightarrow{L}}P$

IV) T ( ) $Proy_{\overleftrightarrow{L}}\overline{MN}$

2. Coloca V (verdadero) o F (falso) teniendo en cuenta el siguiente gráfico:

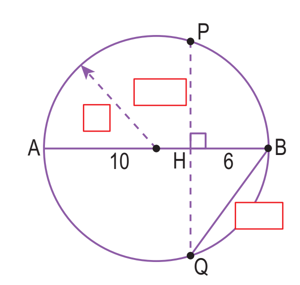


I) $\overline{A'H'}$ es la proyección de $\overline{AH}$ sobre $\overline{AC}$ ( )

II) $\overline{B'C}$ es la proyección de $\overline{BC}$ sobre $\overline{AC}$ ( )

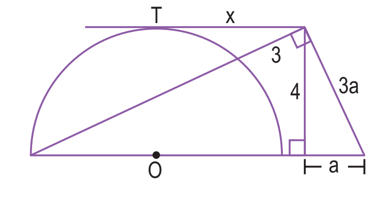
III) $\overline{H'C}$ es la proyección de $\overline{HC}$ sobre $\overline{A'C}$ ( )

3. Rellena los espacios en blanco, teniendo en cuenta los valores presentes en el siguiente gráfico:



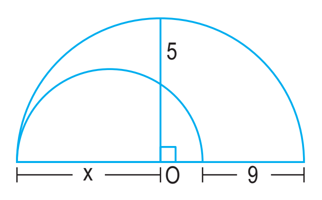
Razonamiento y demostración

4. En la semicircunferencia de centro O, calcula x si T es punto de tangencia.



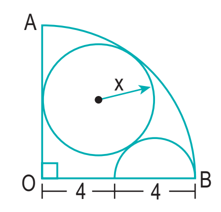
A) 1 B) 6 C) 3
D) 4 E) 5

5. Dadas las semicircunferencias, calcula x.



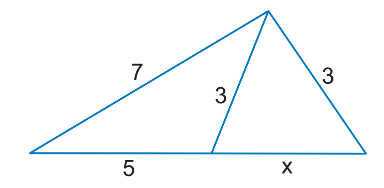
A) 10 B) 25 C) 30 D) 15 E) 20

6. En la figura, calcula x.



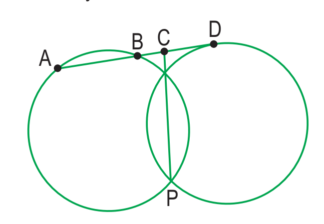
A) 1 B) 5 C) 3 D) 4 E) 2

7. En la figura, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

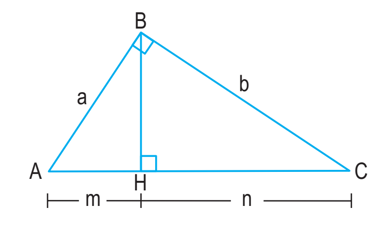
8. Halla CD, si AB = 5 y BC = 4.



A) 3 B) 5 C) 6 D) 4 E) 8

Resolución de problemas

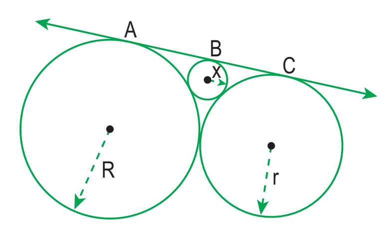
9. En la figura, si $\frac{m}{n} = \frac{1}{4}$ calcula $\frac{a}{b}$.



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{3}$

D) $\frac{1}{5}$ E) $\frac{1}{8}$

10. En la figura, R = 9 m y r = 4 m. Calcula x.



A) 2 m B) 1,44 m C) 1,5 m
D) 6 m E) 7 m

11. Un trapecio rectángulo está circunscrito a una circunferencia. Si el radio de la circunferencia mide 2 y uno de los lados no paralelos mide 5, calcula la medida de la base menor.

A) 2 B) 2,5 C) 3
D) 4 E) 5

12. Desde un punto P exterior a una circunferencia, se trazan las tangentes $\overline{PA}$ y $\overline{PB}$. Luego se traza $\overline{BH} \perp \overline{PA}$ ($H \in \overline{AP}$). Si AH = 15, HP = 60, halla la longitud del radio de la circunferencia.

A) 20 B) 25 C) 30
D) 41 E) 24

13. El segmento tangente común a dos circunferencias ortogonales, de radios 12 y 18 cm mide:

A) $12\sqrt{6}$ cm B) $12\sqrt{3}$ cm C) $12\sqrt{2}$ cm
D) 14 cm E) 15 cm

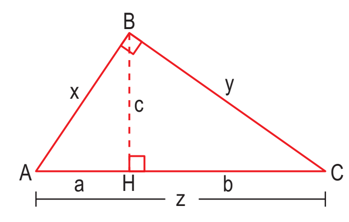
14. Halla la longitud de la cuerda común a dos circunferencias ortogonales, de radios 6 y 8 cm.

A) 9,6 cm B) 4,8 cm C) 10 cm
D) 7 cm E) 8 cm

NIVEL 2

Comunicación matemática

15. Marca las alternativas correctas teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I) Teorema n.° 3 de relaciones métricas en el triángulo rectángulo

- $z^2 = ab$ ☐
- $c^2 = xy$ ☐
- $c^2 = ab$ ☐

II) Teorema n.° 4 de relaciones métricas en el triángulo rectángulo

- ab = xy ☐
- ab = cz ☐
- xy = cz ☐

16. Completa los espacios en blanco con valores numéricos, teniendo en cuenta los valores presentes en el siguiente gráfico:

Razonamiento y demostración

17. En las semicircunferencias, calcula x.

A) 6 B) 2 C) 7
D) 1 E) 3

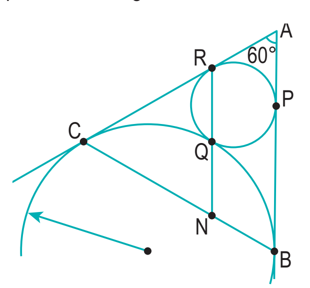
18. En las semicircunferencias, calcula x.

A) 6 B) 5 C) 7
D) 2 E) 3

19. Si A es punto de tangencia de las circunferencias, calcula x.

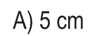
A) 1
B) 2
C) 3
D) 4
E) 5

20. De la figura, calcula (BN)(CN) si NQ = n; además los puntos: R, P, Q, B y C son puntos de tangencia.



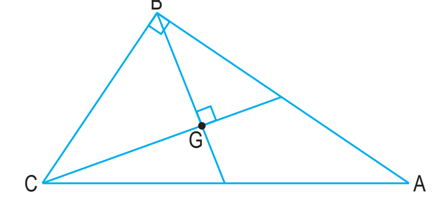
A) $\frac{n^2}{2}$ B) $\frac{2n^2}{3}$ C) $\frac{n^2}{4}$ D) $\frac{4n^2}{3}$ E) $2n^2$

21. En la siguiente figura, calcula PC; si AB = BC = 5 cm y además el punto C es un punto de tangencia.



A) 5 cm
B) $2\sqrt{5}$ cm
C) 10 cm
D) $5\sqrt{2}$ cm
E) 7,5 cm

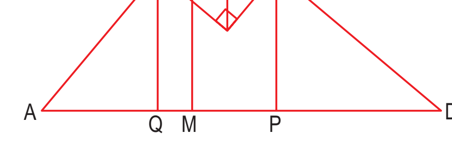
22. Si G es el baricentro del ⊿ABC; calcula BC, donde AB = b.



A) $\frac{b\sqrt{2}}{2}$
B) b
C) b/2
D) 3b/2
E) 2b/5

Resolución de problemas

23. Según el gráfico, el cuadrilátero BCPQ es un cuadrado. Si BS = NC = 4 y SN = 5 calcula: (AM)(MD)

A) 369
B) 225
C) 365
D) 361
E) 400

24. En un triángulo rectángulo la altura trazada desde el vértice del ángulo recto mide 26,4 m y los cuadrados de los catetos están en la relación de 9/16.

Calcula la suma de los catetos.

A) 44 B) 55 C) 66
D) 77 E) 87

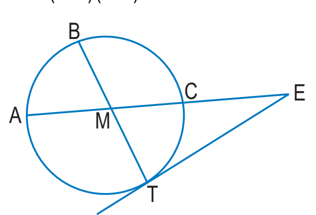
25. Calcula la distancia del incentro al excentro relativo al lado $\overline{BC}$ de un triángulo ABC, si AC – AB = 5 y la suma del inradio y exradio relativo a $\overline{BC}$ es 12.

A) 10 B) 11 C) 12
D) 13 E) 14

26. En el gráfico mostrado, O es centro, R = 4 y C es punto medio de $\overline{DB}$. Calcula AB.

A) $3\sqrt{2}$
B) $2\sqrt{2}$
C) $4\sqrt{2}$
D) $\sqrt{2}$
E) $5\sqrt{2}$

27. En la figura, T es punto de tangencia, $m\overset{\frown}{AB} = m\overset{\frown}{BC}$, TE = 6 y CE = 4. Calcula (BM)(MT).



A) 4 B) 6 C) 8
D) $6\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{3}$

28. Según el gráfico CM = ME = EA. Si BM = 4 y MP = 9, calcula DP.

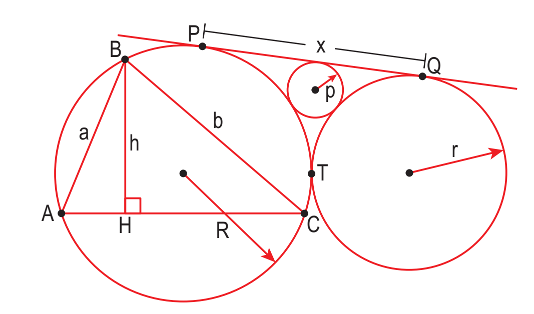


A) 4
B) 8
C) 6,5
D) 10
E) 9

NIVEL 3

Comunicación matemática

29. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:

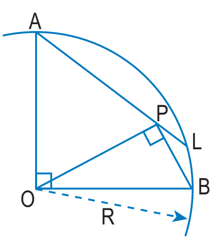


I) ab = 2R . r ( )
II) $x = 2\sqrt{Rr}$ ( )
III) $\frac{1}{\sqrt{p}} = \frac{1}{\sqrt{R}} + \frac{1}{\sqrt{r}}$ ( )

30. Halla gráficamente las conjugadas isogonales de los puntos P y Q, dentro del ∆ABC (I es incentro).

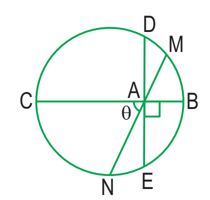
Razonamiento y demostración

31. Según el gráfico, si PL = 3 y AP = R, calcula R.



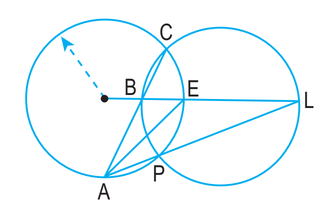
A) 10 B) 11 C) 12 D) 13 E) 15

32. Según el gráfico, BD = 12, AM = 8 y $m\overset{\frown}{CD} = 2\theta$. Calcula AN.



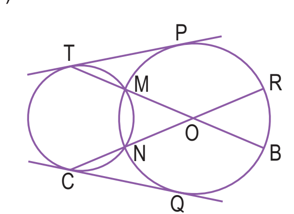
A) 8 B) 10 C) 14 D) 9 E) 12

33. Si AE = 8, calcula (AC)(AB).



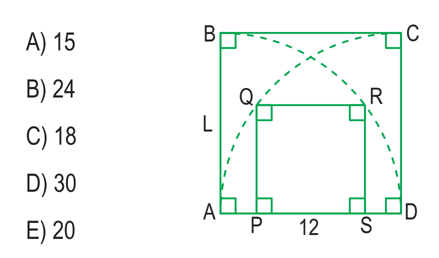
A) 37 B) 40 C) 50 D) 64 E) 70

34. Según el gráfico: TM = OB y CN = OR.
Si $TM^2 - CN^2 = 25$, calcula $TP^2 - CQ^2$ (T, P, Q y C son puntos de tangencia).



A) 25 B) 64 C) 499
D) 100 E) 50

35. Calcula L si PQRS es un cuadrado.



A) 15
B) 24
C) 18
D) 30
E) 20

Resolución de problemas

36. Según el gráfico AN = NB, AM = MC, NP = MP y CP = 6. Calcula AN.

A) $3\sqrt{6}$
B) $6\sqrt{3}$
C) $5\sqrt{3}$
D) $3\sqrt{3}$
E) $9\sqrt{2}$

37. En un cuadrado ABCD se inscribe un cuadrante BAD con centro en A tal que interseca a la circunferencia inscrita en los puntos P y Q, calcula la distancia del centro de la circunferencia inscrita a la cuerda PQ, si el lado del cuadrado mide 12 cm.

A) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$ cm B) 3 cm C) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ cm
D) $\sqrt{2}$ cm E) 1 cm

38. Sean C_1 y C_2 dos circunferencias secantes en M y N. Desde un punto P sobre C_2 se trazan las tangentes a C_1: $\overline{PM}$ (diámetro de C_2) y $\overline{PQ}$ que corta a C_2 en S. Además $\overline{MQ}$ corta a C_2 en L; tal que $\overline{LP}$ y $\overline{MS}$ se intersecan en R. Calcula QR, si LR = 1 y RP = 7.

A) 6 B) 7 C) 8
D) $2\sqrt{2}$ E) 3

39. En una semicircunferencia $\overset{\frown}{AB}$ se ubica el punto L sobre el diametro $\overline{AB}$. Con centros en A y B, se trazan las circunferencias C_1 y C_2 de radios $\overline{AL}$ y $\overline{BL}$ que cortan a $\overset{\frown}{AB}$ en S y T respectivamente. Calcula TL/SL
Si: AL = r y BL = R

A) $\sqrt{\frac{R}{r}}$ B) $\frac{Rr}{R+r}$ C) $\frac{R}{r}$
D) $\frac{r}{R}$ E) $\frac{R+r}{Rr}$

Claves

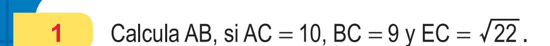
NIVEL 1	9. A	17. B	26. C	34. E
1.	10. B	18. A	27. B	35. D
2.	11. C	19. A	28. E	36. D
3.	12. B	20. E	NIVEL 3	37. C
4. B	13. B	21. D	29.	38. E
5. B	14. A	22. A	30.	39. A
6. C	NIVEL 2	23. D	31. E	
7. C	15.	24. D	32. E	
8. C	16.	25. D	33. D	

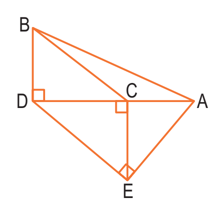
Aplicamos lo aprendido



TEMA 2: RELACIONES MÉTRICAS EN TRIÁNGULOS OBLICUÁNGULOS

1 Calcula AB, si AC = 10, BC = 9 y EC = $\sqrt{22}$.



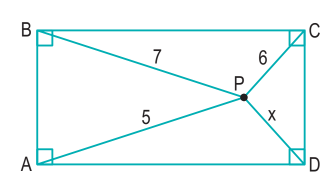


A) 15,5 B) 17 C) 16
D) 12 E) 15

2 En un triángulo ABC, AB = 21, AC = 17 y BC = 26. Calcula la distancia del vértice B al punto medio de la mediana AM.

A) 17 B) 13 C) 11
D) 10 E) 16

3 Halla x.



A) $\sqrt{5}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{7}$
D) $\sqrt{7}$ E) $3\sqrt{7}$

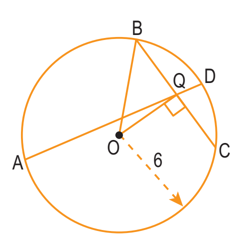
4 En el gráfico: BC = 7 y CD = 4, calcula AC, si el ΔABD es equilátero.

A) 11 B) 13 C) 9
D) 12 E) 15 E) $24\sqrt{2}$

5 Interiormente a un cuadrado ABCD, tomando como diámetro AB, se dibuja una semicircunferencia y sobre ella se toma el punto E. Si AE = 12 y BE = 7. Halla ED.

A) 19 B) 15 C) 13
D) 14 E) 16

6 Del gráfico, calcula la distancia entre los puntos medios de $\overline{AQ}$ y $\overline{OB}$, si se cumple que $\overset{\frown}{AC} = \overset{\frown}{AB} + \overset{\frown}{DC}$.



A) 3 B) 1 C) 4
D) 8 E) 9

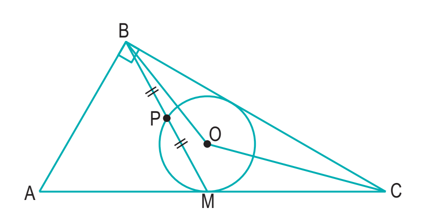
7 En un triángulo acutángulo ABC, se traza la mediana BM tal que el ∠ABM es obtuso. Calcula AC si OC = 13 cm y OB = 5 cm; donde O es circuncentro del triángulo ABM.

A) 12 cm B) $12\sqrt{3}$ cm C) $12\sqrt{2}$ cm
D) 14 cm E) $8\sqrt{3}$ cm

8 En un trapezoide ABCD, M y N son los puntos medios de los lados AB y CD respectivamente. Calcula MN.
Si $AB^2 + CD^2 = 16$ cm^2 y $AN^2 + BN^2 + CM^2 + DM^2 = 80$ cm^2.

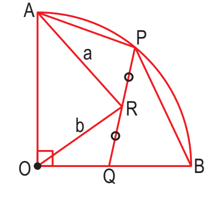
A) 6 cm B) $6\sqrt{2}$ cm C) 5 cm
D) $5\sqrt{3}$ cm E) $3\sqrt{2}$ cm

9 Calcula AC, si "O" es centro de la circunferencia, $\overline{BM}$ es mediana, OB = x; OC = y ; $y^2 - x^2 = 36$. (M punto de tangencia)



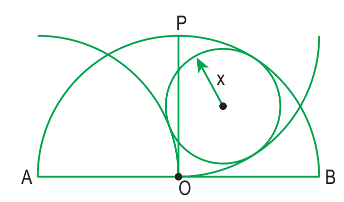
A) $12\sqrt{3}$ B) $12\sqrt{2}$ C) $8\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{3}$ E) 12

10 Si AOB es un cuadrante, calcula $a^2 - b^2$, si AP = 6.



A) 24 B) 18 C) 12
D) 6 E) 15

11 En la figura, O, A y P son centros, además $AB = 2\sqrt{6}$ cm. Halla x.



A) $2\sqrt{3}$ cm B) $\sqrt{6}$ cm C) 1 cm
D) $\sqrt{2}$ cm E) $4\sqrt{3}$ cm

12 De la figura mostrada, OCB es un triángulo equilátero. Calcula TC si AO = 4 m.

A) $8\sqrt{3}$ m B) $7\sqrt{6}$ m C) $2\sqrt{6}$ m
D) $2\sqrt{7}$ m E) $4\sqrt{3}$ m

13 La suma de los cuadrados de los lados de un triángulo es 48 cm^2. Halla la suma de cuadrados de las longitudes de las medianas.

A) 18 cm^2 B) 30 cm^2 C) 24 cm^2
D) 12 cm^2 E) 36 cm^2

14 Los lados de un triángulo miden 13; 20 y 21. Calcula la distancia del baricentro al lado mayor.

A) 10 B) 3 C) 8
D) 4 E) 12

Claves

1. E	3. B	5. C	7. C	9. B	11. C	13. E
2. E	4. A	6. A	8. E	10. B	12. C	14. D

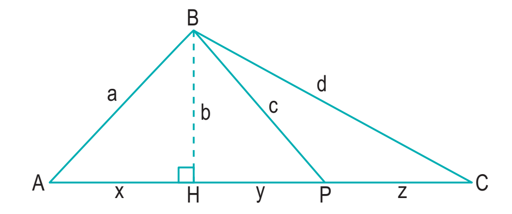
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Marca las alternativas correctas, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Teorema de las proyecciones (Δ acutángulo):

$d^2 - a^2 = z^2 - (x + y)^2$

$a^2 - d^2 = x^2 - (x + z)^2$

$(z + y)^2 - x^2 = d^2 - a^2$ 

II. Teorema de las proyecciones (Δ obtusángulo):

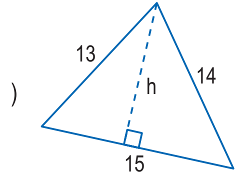
$c^2 - d^2 = y^2 - (y + z)^2$

$d^2 - c^2 = z^2 - y^2$

$(y + z)^2 - y^2 = d^2 - c^2$ 

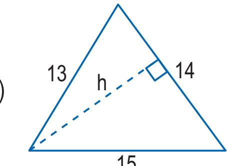
2. Relaciona:

I. h = 12,9 ( )



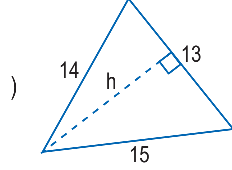
II. h = 13

III. h = 12 ( )



IV. h = 11,2

V. h = 11 ( )



3. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

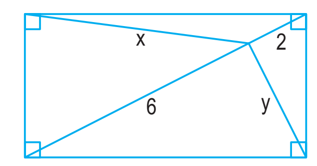
I. El teorema de Euler solo se cumple en cuadriláteros cóncavos. ( )

II. El teorema de Herón se usa para calcular la mediana de un triángulo. ( )

III. El teorema de Steward = Teorema de la ceviana. ( )

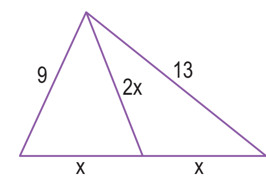
Razonamiento y demostración

4. En la figura, calcula: $x^2 + y^2$



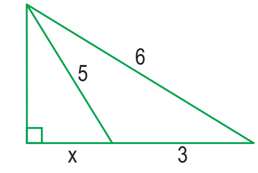
A) 40
B) 80
C) 60
D) 50
E) 30

5. Calcula el valor de x.



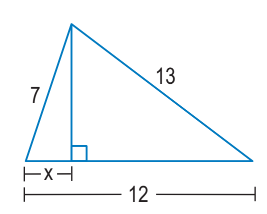
A) 3
B) 5
C) 4
D) 6
E) 12

6. Calcula el valor de x.



A) 1/2
B) 3
C) 4
D) 1/3
E) 2

7. En la figura, calcula x.



A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

Resolución de problemas

8. En un trapecio la suma de las bases es 10 y el producto de las diagonales que son perpendiculares entre sí es 46. Halla la altura del trapecio.

A) $\frac{6}{5}$ B) $\frac{12}{5}$ C) $\frac{24}{5}$
D) $\frac{9}{2}$ E) 6

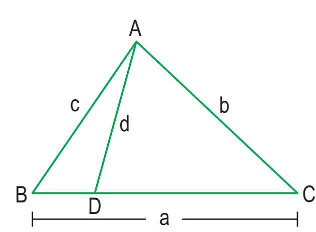
9. En un triángulo ABC: AB = 13; BC = 15 y AC = 14.
Calcula: m∠C

A) 30° B) 37° C) 45°
D) 53° E) 63°

10. Los lados de un triángulo miden $\sqrt{2}$, $\sqrt{6}$, $\sqrt{8}$. Halla la longitud de la menor altura.

A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\sqrt{8}$
D) $\sqrt{6}/2$ E) $\sqrt{10}$

11. En la figura se tiene: $BD = \frac{a}{4}$. Si $b = 20$, $c = 18$ y $d = 14$. Halla a.



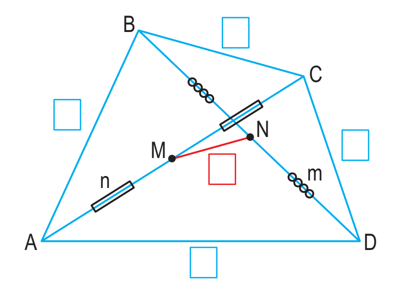
A) 26
B) 27
C) 28
D) 30
E) 32

NIVEL 2

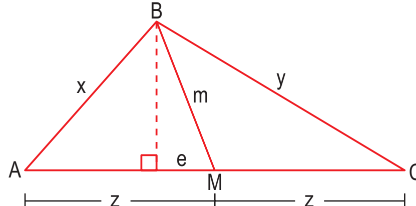
Comunicación matemática

12. Rellena los espacios en blanco teniendo en cuenta la siguiente expresión:

$$x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = m^2 + n^2 + 4\ell^2$$



13. Marca las alternativas correctas, teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. Teorema de la mediana:

$x^2 + y^2 = 2m^2 + \frac{z^2}{2}$ ☐

$2m^2 + 2z^2 = x^2 + y^2$ ☐

$x^2 + y^2 = 2m^2 + z^2$ ☐

II. Teorema de la proyección de la mediana:

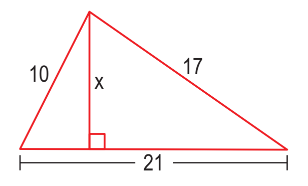
$4ez = y^2 - x^2$ ☐

$y^2 - x^2 = 4em$ ☐

$y^2 - x^2 = 2ez$ ☐

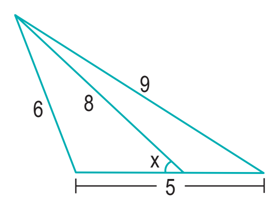
Razonamiento y demostración

14. Calcula el valor de x.



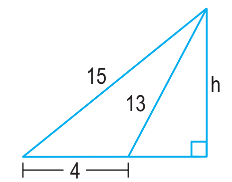
A) 8
B) 9
C) 6
D) 7
E) 5

15. Calcula el valor de x.



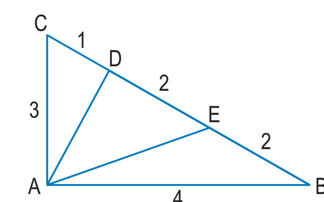
A) 30° B) 60° C) 53°
D) 45° E) 37°

16. En la figura, calcula h.



A) 9
B) 8
C) 10
D) 12
E) 5

17. De la figura, calcula: $5(AE^2 - AD^2)$



A) 5
B) 4
C) 3
D) 6
E) 7

Resolución de problemas

18. En un triángulo ABC, calcula la medida del ángulo A, si se cumple que:
$2a^2 = b^2 + c^2 + (b + c)^2$

A) 105° B) 60° C) 90°
D) 120° E) 135°

19. En un triángulo ABC se trazan la bisectriz interior BD (D en $\overline{AC}$) y la mediana BM tal que BD = DM. Calcula AC; si: (AB)(BC) = 144

A) 12 B) 16 C) 18
D) 20 E) 24

20. En un rombo ABCD, sobre $\overline{BC}$ se toma un punto M en donde BM = 2, MC = 1 y AM = 4. Halla MD.

A) $\sqrt{9,2}$ B) $\sqrt{8,5}$ C) $\sqrt{7,6}$
D) $\sqrt{9,4}$ E) $\sqrt{6,5}$

21. En un ΔABC, se toma $\overline{AC}$ como diámetro y se traza una semicircunferencia que corta a $\overline{AB}$ en E y a $\overline{BC}$ en F. Halla AC, si se cumple que:
(AB)(AE) + (BC)(FC) = 36

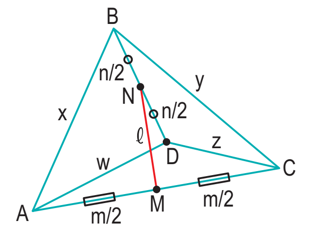
A) 4 B) 8 C) 3
D) 6 E) 7

NIVEL 3

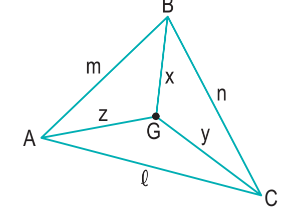
Comunicación matemática

22. Relaciona:

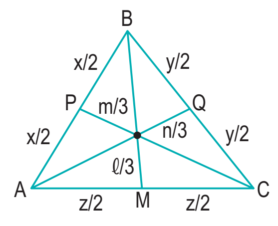
I. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{3}{4}(m^2 + n^2 + \ell^2)$ ( )



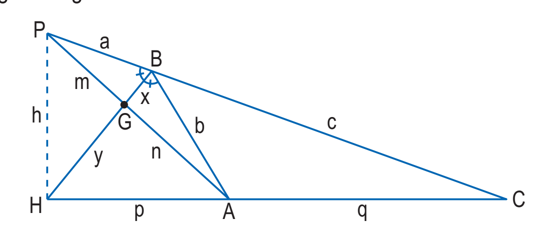
II. $x^2 + y^2 + z^2 + w^2 = m^2 + n^2 + 4\ell^2$ ( )



III. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{2}(m^2 + n^2 + \ell^2)$ ( )



23. Rellena los recuadros en blanco con los valores presentes en el siguiente gráfico



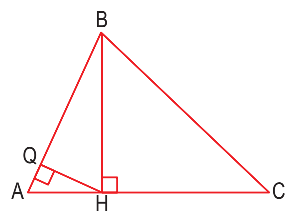
I. Teorema de la bisectriz interior:
$\square^2 = ab - \square\square$

II. Teorema de la bisectriz exterior:
$(\square + \square)^2 = \square\,(p + \square) - \square c$

III. Teorema de la ceviana:
$\square^2 q + (\square + \square)^2 p = (\square + \square)^2 (p + q) + (\square + \square) pq$

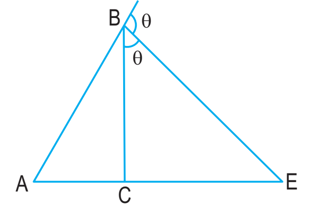
Razonamiento y demostración

24. Calcula AQ
Si: AB = 10, BC = 17 y AC = 21



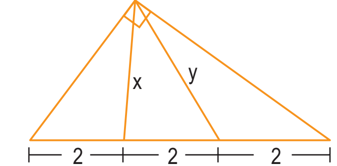
A) 3
B) 3,2
C) 3,4
D) 3,6
E) 4

25. Calcula BE
Si: AB = 4; BC = 3 y AC = 2



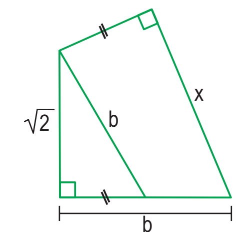
A) 6
B) 5
C) 4
D) $2\sqrt{5}$
E) $2\sqrt{6}$

26. En la figura, calcula: $x^2 + y^2$



A) 10
B) 20
C) 30
D) 36
E) 18

27. En la figura, calcula el valor de x.



A) $2\sqrt{2}$
B) $3\sqrt{3}$
C) 1
D) 4
E) 2

Resolución de problemas

28. Los radios de dos circunferencias miden 7 y 5, y la distancia entre sus centros es 14. Si un punto exterior dista de las dos circunferencias en 8, calcular la distancia de dicho punto a la línea que une los centros.

A) 10 B) $\sqrt{106}$ C) 12 D) $\sqrt{132}$ E) 13,2

29. Sea ACB un triángulo, recto en C, cuya hipotenusa mide d. Se divide la hipotenusa en tres segmentos de igual longitud por medio de los puntos M y N. Entonces la suma de los cuadrados de las medidas de los lados del triángulo CMN es igual a:

A) $\frac{d^2}{3}$ B) $\frac{2d^2}{3}$ C) d^2

D) $\frac{4d^2}{3}$ E) $\frac{5d^2}{3}$

Claves

NIVEL 1
1.
2.
3.
4. A
5. B
6. D
7. A
8. C
9. D
10. D
11. C

NIVEL 2
12.
13.
14. A
15. D
16. D
17. B
18. D
19. E
20. B
21. D

NIVEL 3
22.
23.
24. D
25. A
26. B
27. E
28. C
29. B



Aplicamos lo aprendido

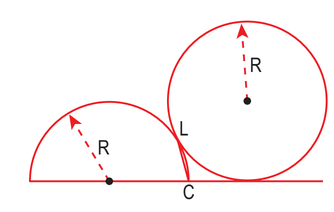


TEMA 3: POLÍGONOS REGULARES

1 Calcula la relación que existe entre los perímetros de un triángulo equilátero y un cuadrado inscritos en una misma circunferencia.

A) $\sqrt{6}$ B) $\sqrt{2}$ C) $\frac{3\sqrt{6}}{8}$
D) $\frac{\sqrt{6}}{2}$ E) $\sqrt{3}$

2 Calcula la longitud del segmento LC en función de R.



A) $R\sqrt{2+\sqrt{3}}$ B) $R\sqrt{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ C) $R(\sqrt{2}+\sqrt{3})$
D) $R\sqrt{2-\sqrt{3}}$ E) $R(\sqrt{3}-\sqrt{2})$

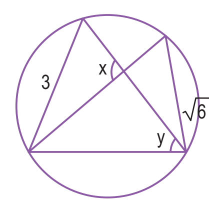
3 En una circunferencia de $4\sqrt{2+\sqrt{2}}$ de radio se encuentra inscrito un octógono regular cuyo lado mide:

A) $10\sqrt{2}$ B) 8 C) $4\sqrt{2}$
D) $5\sqrt{2}$ E) $6\sqrt{2}$

4 En una circunferencia están inscritos un triángulo equilátero y un cuadrado. Si el lado del triángulo equilátero es $3\sqrt{6}$, calcula el perímetro del cuadrado.

A) $6\sqrt{2}$ B) 12 C) $18\sqrt{3}$
D) 24 E) $24\sqrt{2}$

5 Si el radio es $\sqrt{3}$, calcula x + y.



A) 105° B) 160° C) 175°
D) 165° E) 130°

6 Halla: ℓ_{10}/ℓ_6, sabiendo que ℓ_6 y ℓ_{10} representan las longitudes de un hexágono regular y un decágono regular, respectivamente; y además están inscritos en una misma circunferencia.

A) $\sqrt{5}-1$ B) $\sqrt{6}$ C) $\frac{\sqrt{5}+1}{2}$
D) $\frac{\sqrt{5}-1}{2}$ E) $\sqrt{5}$

7 Halla el lado del octógono regular circunscrito a una circunferencia de radio 1/2.

A) $\sqrt{2}$ B) $\frac{\sqrt{2-\sqrt{2}}}{2}$ C) $\sqrt{2}-1$
D) $\sqrt{2}+1$ E) 3

8 Se tiene un hexágono regular ABCDEF tal que $\overline{AC}$ y $\overline{BF}$ se intersecan en P. Si AP = $\sqrt{3}$, calcula el perímetro del hexágono.

A) 6 B) 9 C) 12
D) 18 E) 24

9 En una circunferencia de radio $\sqrt{6}$ se consideran los puntos consecutivos A, B, C y D. Si AB = $3\sqrt{2}$, BD = $2\sqrt{3}$ y CD = $\sqrt{6}$, calcula AD.

A) $2+\sqrt{3}$ B) $1+\sqrt{3}$ C) $3+\sqrt{3}$
D) $4+\sqrt{3}$ E) $5+\sqrt{3}$

10 Se tiene un triángulo obtusángulo ABC, obtuso en B, inscrito en una circunferencia de radio R.
Si AB = $R\sqrt{2}$ y BC = $6\sqrt{2}$, calcula BH ($\overline{BH} \perp \overline{AC}$).

A) 3 B) 1 C) 2
D) 9 E) 6

11 Halla el perímetro del polígono que se obtiene al unir, en forma consecutiva, los puntos medios de los lados de un octógono regular de circunradio R.

A) $R\sqrt{2}$ B) $4R\sqrt{2}$ C) $3\sqrt{2}R$
D) $R\sqrt{3}$ E) $\frac{3}{2}\sqrt{3}R$

12 El lado de un pentágono regular mide ($\sqrt{5}-1$). Hallar la longitud de una de las prolongaciones de dos lados no consecutivos.

A) 1 B) 4 C) $\sqrt{2}$
D) 2 E) $\sqrt{5}$

13 El lado de un octágono regular ABCDEFGH mide $\sqrt{2-\sqrt{2}}$ cm; se prolongan las diagonales BH y CE hasta un punto de intersección P. Calcula PB.

A) 1 cm B) $\sqrt{2+\sqrt{2}}$ cm
C) $\sqrt{2-\sqrt{2}}$ cm D) $\sqrt{2}$ cm
E) $2\sqrt{2}$ cm

14 Se tiene un dodecágono regular ABCDEFGHIJKL. Calcula el lado de dicho polígono sabiendo que AG – AE = 3 u.

A) $\sqrt{2-\sqrt{3}}$ u B) $(2+\sqrt{3})$u
C) $(2-\sqrt{3})$u D) $3\sqrt{2-\sqrt{3}}$ u
E) $3\sqrt{2+\sqrt{3}}$ u

Claves

1. C 2. D 3. C 4. D 5. D 6. D 7. C 8. D 9. C 10. E 11. B 12. D 13. A 14. E

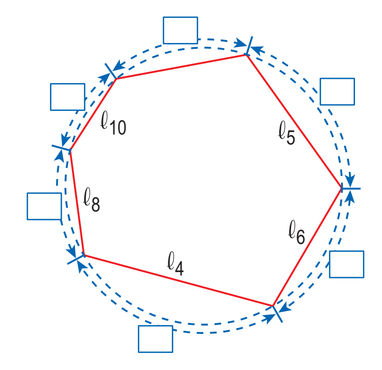
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Rellena los recuadros en blanco con los valores correspondientes y teniendo en cuenta el siguiente gráfico.



2. Relaciona:

I) ap_8	( )	$\frac{R}{4}\sqrt{10+2\sqrt{5}}$
II) ℓ_{10}	( )	$\frac{R}{2}\sqrt{2+\sqrt{2}}$
III) ap_{10}	( )	$R\sqrt{2-\sqrt{2}}$
IV) ℓ_8	( )	$\frac{R}{2}(\sqrt{5}-1)$

3. Coloca V (verdadero) y F (falso) según corresponda:

I) En un polígono regular el ángulo externo (e_n) y el ángulo central (α_n) son suplementarios. ( )

II) Un punto P divide a un segmento AB en media y extrema razón si se cumple la relación: $(AB)^2 = (AB)(PB)$ ( )

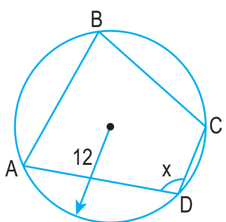
III) Si el número de lados de un polígono regular es muy grande, entonces su apotema es casi igual a su circunradio. ( )

Razonamiento y demostración

4. Si R = 6, $m\overset{\frown}{AB} = 120°$, entonces OM mide:

A) 3
B) 2
C) 1
D) 1,5
E) 2,5

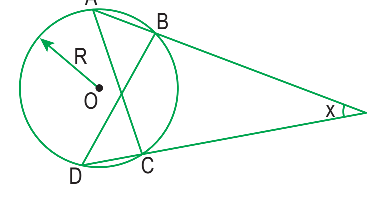
5. En la figura, $AB = 12\sqrt{2}$ y $BC = 12\sqrt{3}$.
Calcula x.



A) 110° B) 105° C) 108° D) 102° E) 92°

6. Del gráfico, calcula x, si: $AC = R\sqrt{3}$; $BD = R\sqrt{2}$

A) 30°
B) 45°
C) 60°
D) 75°
E) 36°



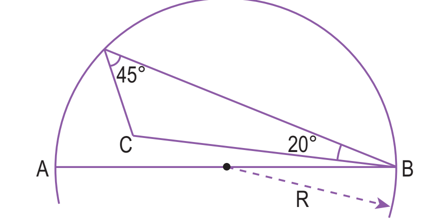
Resolución de problemas

7. Se tiene el hexágono regular ABCDEF de perímetro 12. Calcula el perímetro del triángulo ACE.

A) 6 B) $6\sqrt{3}$ C) $8\sqrt{2}$ D) 9 E) $3\sqrt{5}$

8. En la figura, CB es igual a la longitud del lado de un cuadrado de circunradio R. Calcula m∠CBA.

A) 6°
B) 5°
C) 10°
D) 12°
E) 8°



9. Calcula el lado de un decágono regular en función de su circunradio R.

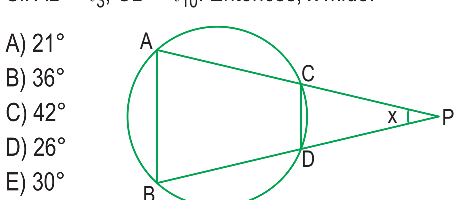
A) $\frac{R}{2}(\sqrt{5}+1)$ B) $R(\sqrt{5}-1)$ C) $R(\sqrt{3}+1)$
D) $\frac{R}{2}(\sqrt{5}-1)$ E) $\frac{R}{4}(\sqrt{5}-1)$

10. Calcula la relación entre el inradio y circunradio de un triángulo equilátero.

A) 1:4 B) 2:3 C) 1:3 D) 1:2 E) 3:4

11. Si: $AB = \ell_3$; $CD = \ell_{10}$. Entonces, x mide:

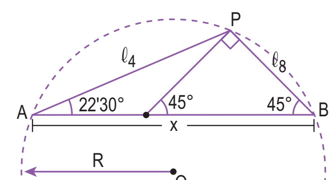
A) 21°
B) 36°
C) 42°
D) 26°
E) 30°



NIVEL 2

Comunicación matemática

12. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda y teniendo en cuenta el siguiente gráfico.

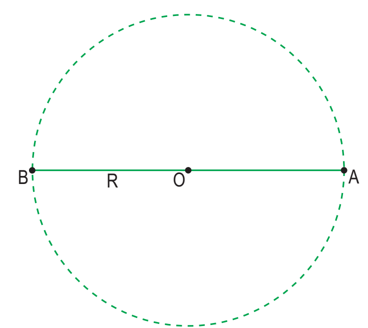


I) $x = 2R\sqrt{1+\sqrt{2}}$ ( )

II) $x = R\sqrt{2+\sqrt{2}}$ ( )

III) $x = \frac{R}{2}\sqrt{3+\sqrt{2}}$ ( )

13. Con la ayuda de un compás dibuja un pentágono regular inscrito en la siguiente circunferencia de radio R.



Razonamiento y demostración

14. En la figura $R = \sqrt{3} + 1$ y ABCD es un trapecio ($\overline{BC} \parallel \overline{AD}$), calcula su altura, si $BC = \ell_6$, $AD = \ell_3$.

A) 0,6
B) 1
C) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
D) $\sqrt{3} - 1$
E) $\sqrt{3} + 1$

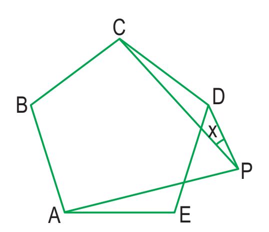
15. En la figura que se muestra $AD = 4$. Calcula BC.

A) $2\sqrt{2 - \sqrt{2}}$
B) $2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$
C) $3\sqrt{2 - \sqrt{2}}$
D) $2\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
E) $3\sqrt{2 - \sqrt{3}}$

16. Calcula x, si ABCDE es un polígono regular y $AP = AD$.



A) 18°
B) 27°
C) 36°
D) 9°
E) 37°



Resolución de problemas

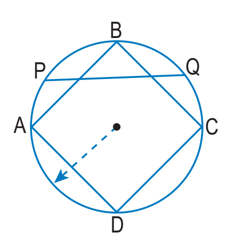
17. Calcula el número de diagonales del polígono regular ABCDEF… que se muestra a continuación.

A) 18
B) 27
C) 24
D) 16
E) 25

18. En una circunferencia están inscritos un cuadrado y un hexágono regular. Si el lado del cuadrado mide $4\sqrt{6}$ cm, calcula el perímetro de la región hexagonal regular.

A) $20\sqrt{6}$
B) $18\sqrt{2}$
C) $18\sqrt{3}$
D) $24\sqrt{3}$
E) $24\sqrt{2}$

19. En la figura, ABCD es un cuadrado, $m\overset{\frown}{PBQ} = 120°$ y $PQ = 6$. Calcula el lado de la región cuadrada.



A) $12\sqrt{3}$
B) $8\sqrt{3}$
C) $2\sqrt{6}$
D) $3\sqrt{2}$
E) $2\sqrt{2}$

20. El perímetro de un triángulo regular inscrito en una circunferencia es 30 m. Calcula el perímetro del hexágono regular en la misma circunferencia.

A) 10 m
B) 15 m
C) 60 m
D) $20\sqrt{3}$ m
E) $40\sqrt{3}$ m

21. En una circunferencia de radio $\sqrt{2}$ m se encuentra inscrito un triángulo ABC. Calcula la medida del lado AC si el arco AB mide 90° y el arco BC mide 120°.

A) $2\sqrt{2}$ m
B) 2 m
C) $\sqrt{6}$ m
D) $(\sqrt{6} + \sqrt{3})$ m
E) $(1 + \sqrt{3})$ m

NIVEL 3

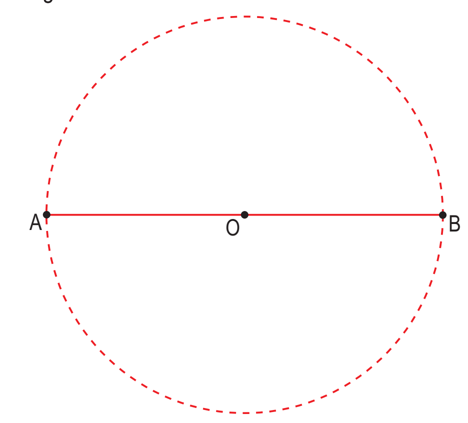
Comunicación matemática

22. Completa la siguiente tabla con los valores correspondientes, teniendo en cuenta que estos dependen del número de lados (n) de los polígonos regulares, se sabe además que dichos polígonos se encuentran inscritos en una sola circunferencia de radio igual a 4. ($\cos 40° = 0{,}766$; $\operatorname{sen} 40° = 0{,}643$)

n.° de lados n	m∠central α_n	m∠interno θ_n	lado l_n	Apotema ap_n	Área A_n
6					
7					
8					
9					

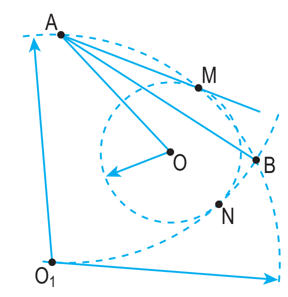
Además: $\operatorname{sen} 51{,}428° = 0{,}782$ y $\cos 51{,}428° = 0{,}623$

23. Con la ayuda de un compás dibuja un decágono regular inscrito en la siguiente circunferencia de radio R.



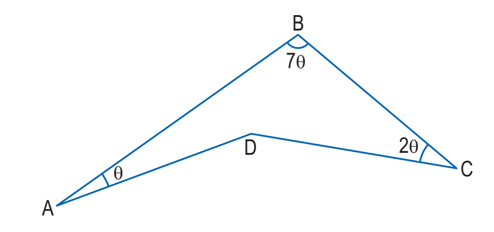
Razonamiento y demostración

24. Calcula $m\overset{\frown}{BN}$; si AM = 2(OM) y los puntos M y N son puntos de tangencia.



A) 24° B) 36° C) 29°
D) 60° E) 53°

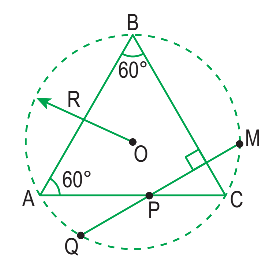
25. Si AD = DC = BC = 4; halla BD.



A) $8\sqrt{2+\sqrt{3}}$ B) $4\sqrt{2-\sqrt{3}}$ C) $4\sqrt{3}$
D) 8 E) $\sqrt{2+\sqrt{3}}$

26. Calcula R; si se sabe que. 2(MN) = PQ = 2, además O es el centro de la circunferencia.

A) $2\sqrt{3}$
B) $\sqrt{3}+1$
C) $3+\sqrt{3}$
D) $\sqrt{3}-1$
E) $\sqrt{3}-2$



Resolución de problemas

27. Halla el perímetro de un cuadrado inscrito en una circunferencia donde también se encuentra inscrito un hexágono regular de 6 m de lado.

A) 24 m B) $\sqrt{3}$ C) $24\sqrt{2}$ m
D) 26 m E) 20 m

28. En un polígono regular ABCD...de n lados la m∠ACE = 140º. Calcula el número de diagonales de dicho polígono.

A) 153 B) 146 C) 156
D) 135 E) 170

29. En un octógono regular ABC...GH inscrito en una circunferencia, sobre el arco BC se ubica un punto P, si: PD = a y PF = b. Calcula PH.

A) $b\sqrt{2}+a$ B) $b\sqrt{2}-a$ C) $2a-b\sqrt{2}$

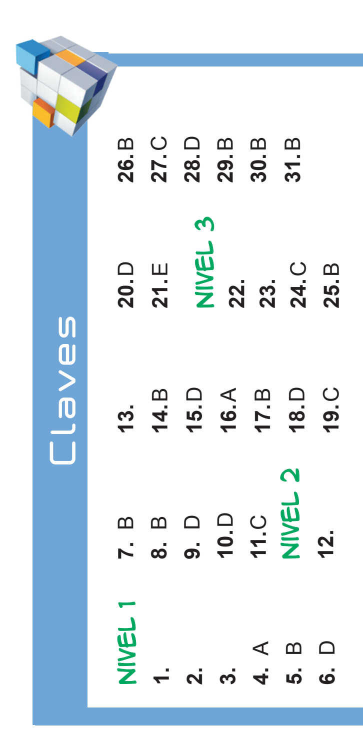
D) $2b-a\sqrt{2}$ E) $\frac{a+b}{2}$

30. En un triángulo ABC, m∠A > 90°, AB = 2, m∠C = 18° y BC = $\sqrt{5}+1$. Halla m∠A.

A) 102° B) 150° C) 135°
D) 120° E) 105°

31. En un triángulo ABC, recto en B, P es un punto interior del triángulo. Si: m∠BAC = 40°; m∠BCP = 15°, BP = $\sqrt{2}$ y AC = $2\sqrt{4+2\sqrt{3}}$, calcula m∠PBC.

A) 20° B) 25° C) 30°
D) 32° E) 35°



Claves

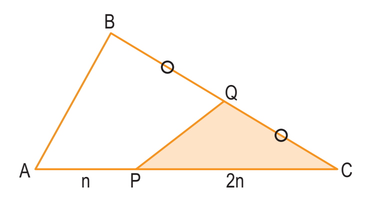
NIVEL 1	7. B	13.	20. D	26. B
1.	8. B	14. B	21. E	27. C
2.	9. D	15. D	NIVEL 3	28. D
3.	10. D	16. A	22.	29. B
4. A	11. C	17. B	23.	30. B
5. B	NIVEL 2	18. D	24. C	31. B
6. D	12.	19. C	25. B	



Aplicamos lo aprendido

TEMA 4: ÁREA DE UNA REGIÓN PLANA

1 Calcula el área de la región sombreada, si el área de la región del triángulo ABC es 120 m^2.



A) 20 m^2 B) 50 m^2 C) 30 m^2
D) 40 m^2 E) 60 m^2

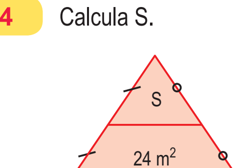
2 En un triángulo rectángulo ABC, se traza la ceviana interior AD tal que BD = 6 cm, AD = 10 cm y AC = 17 cm.
Calcula el área de la región triangular ADC.

A) 24 cm^2 B) 30 cm^2 C) 36 cm^2
D) 40 cm^2 E) 42 cm^2

3 La suma de los catetos de un triángulo rectángulo es 7 cm y la hipotenusa mide 5 cm. Calcula su área.

A) 4 cm^2 B) 6 cm^2 C) 8 cm^2
D) 10 cm^2 E) 12 cm^2

4 Calcula S.

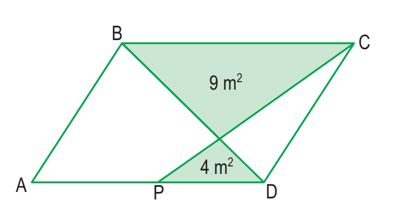


A) 2 m^2 B) 4 m^2 C) 6 m^2
D) 8 m^2 E) 12 m^2

5 El área de la región de un trapecio ABCD es 14 m^2 y las bases son entre sí como 2 es a 5. Por C se traza $\overline{CF}$ // $\overline{AB}$ (F en $\overline{AD}$). Calcula el área de la región cuadrangular ABCF.

A) 4 m^2 B) 6 m^2 C) 8 m^2
D) 10 m^2 E) 9 m^2

6 La figura ABCD es un romboide. Calcula el área de la región romboidal.



A) 30 m^2 B) 36 m^2 C) 28 m^2
D) 28 m^2 E) 32 m^2

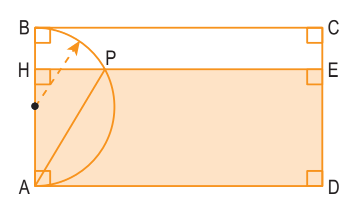
7 Una región rectangular, cuyo perímetro es 24 cm, se inscribe en una circunferencia cuyo radio es igual a $\frac{\sqrt{74}}{2}$ cm. Calcula el área de la región rectangular mencionada.

A) 20 cm^2 B) 18 cm^2 C) 16 cm^2
D) 16 cm^2 E) 35 cm^2

8 La base media de un trapecio isósceles mide **a** y sus diagonales son perpendiculares. Calcular el área de la región trapecial.

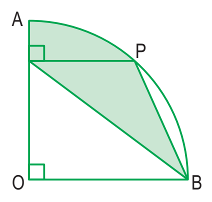
A) $\frac{a^2}{2}$ B) $\frac{a^2}{3}$ C) a^2
D) $\frac{a^2}{4}$ E) $\frac{a^2}{5}$

9 Del gráfico, calcula el área de la región AHED siendo AP = 6 y 5(AB) = 4(BC).



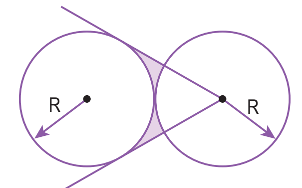
A) 18 B) 36 C) 24
D) 45 E) 48

10 En la figura, PB = PO = 4 m, calcula el área de la región sombreada.



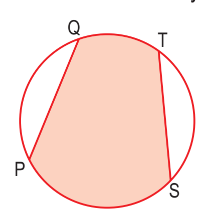
A) $\frac{4\pi}{3}$ m^2 B) $\frac{\pi}{4}$ m^2 C) $\frac{\pi}{8}$ m^2
D) $\frac{\pi}{5}$ m^2 E) $\frac{4\pi}{5}$ m^2

11 De la figura mostrada, calcula el área de la región sombreada si las circunferencias son iguales de radio R.



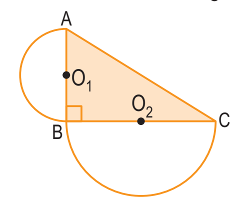
A) $R^2(\sqrt{3} - 1)$ B) $R^2(\sqrt{3} - \pi/2)$ C) $\frac{R^2}{2}(\sqrt{3} - \pi)$
D) $\frac{R^2}{2}(\pi - 3)$ E) $\frac{R^2}{2}(\sqrt{3} - \pi/2)$

12 Calcula el área de la región sombreada.
Si PQ = TS = 4 m y la medida del arco PQ = 90°.



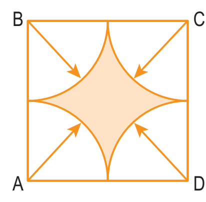
A) $4(\pi - 2)$ m^2 B) $4(\pi + 2)$ m^2
C) $8(\pi - 2)$ m^2 D) $8(\pi - 1)$ m^2
E) $4(\pi + 1)$ m^2

13 Las áreas de los semicírculos son de 18π cm^2 y 32π cm^2. Halla el área de la región sombreada.



A) 106 cm^2 B) 86 cm^2 C) 116 cm^2
D) 96 cm^2 E) 76 cm^2

14 Calcula el área de la región sombreada, si AB = 20 cm. Además, ABCD es un cuadrado.

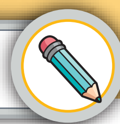


A) 100 cm^2 B) 314,16 cm^2 C) 80 cm^2
D) 400 cm^2 E) 85,84 cm^2

Claves

1. D	3. B	5. C	7. E	9. D	11. E	13. D
2. C	4. D	6. A	8. C	10. A	12. B	14. E

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

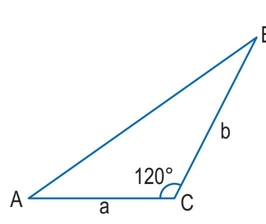
1. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

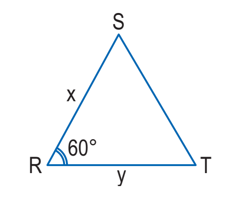
I. Dos regiones son congruentes cuando tienen formas iguales. ( )

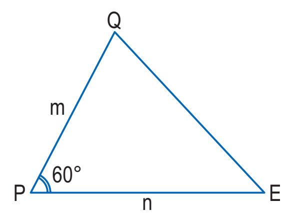
II. Dos regiones son equivalentes cuando tienen igual forma, pero áreas de diferente valor. ( )

III. Dos regiones son semejantes cuando tienen distinta forma y áreas de igual valor. ( )

2. Indica ✓ (correcto) o ✗ (incorrecto) teniendo en cuenta las siguientes figuras.







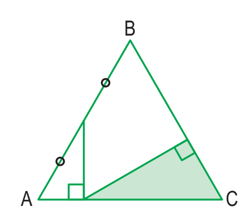
I. $A_{\Delta ABC} / A_{\Delta STR} = xy / ab$ ( )

II. $A_{\Delta SRT} / A_{\Delta QPE} = xy / mn$ ( )

III. $A_{\Delta ABC} / A_{\Delta QPE} = ab / mn$ ( )

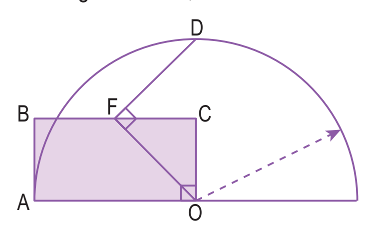
Razonamiento y demostración

3. El triángulo ABC es equilátero. Si AB = 16 m, calcula el área de la región sombreada.



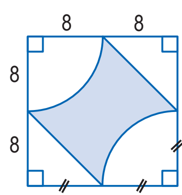
A) $16\sqrt{3}$ m^2 B) $12\sqrt{3}$ m^2
C) $14\sqrt{3}$ m^2 D) $18\sqrt{3}$ m^2
E) $24\sqrt{3}$ m^2

4. En el gráfico, calcula el área de la región rectangular ABCO, si OF = 4 cm.



A) 12 cm^2 B) 16 cm^2 C) 15 cm^2
D) 8 cm^2 E) 19 cm^2

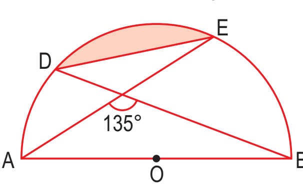
5. Halla el área de la región sombreada.



Tomar: $\pi = 3,14$

A) 90,24 B) 91,72 C) 91,52
D) 92,84 E) 92,04

6. En la figura, O es el centro y OA mide 4 m. Halla el área de la región sombreada.



A) $4(\pi - 3)$ m^2 B) $3(\pi - 2)$ m^2
C) $6(\pi - 2)$ m^2 D) $4(\pi - 2)$ m^2
E) $2(\pi - 2)$ m^2

Resolución de problemas

7. Tres circunferencias de radios 6; 7 y 8 son tangentes exteriormente dos a dos. Calcula el área de la región triangular cuyos vértices son los centros de dichas circunferencias.

A) 14 B) 42 C) 84
D) $4\sqrt{7}$ E) $12\sqrt{2}$

8. Calcula el área de una región triangular equilátera, si su circunradio mide 4.

A) 4 B) $6\sqrt{3}$ C) 6
D) $12\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{6}$

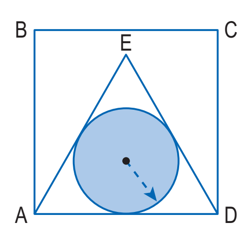
9. Una circunferencia es tangente a los lados AB y AD de un rectángulo ABCD y además contiene a C, dicha circunferencia interseca a $\overline{CD}$ en M. Calcula el área de la región cuadrangular ABMD, si AB = 9 y AD = 8.

A) 8 B) 32 C) 16
D) 40 E) 24

10. En un triángulo acutángulo ABC, se trazan las alturas AN y CH, tal que BC = 2(AN) y CH = 8 m.
Calcula el área del ⌂AHNC.

A) 8 m^2 B) 10 m^2 C) 12 m^2
D) 14 m^2 E) 16 m^2

11. El cuadrado ABCD de la figura tiene área X cm^2 y el triángulo AED es equilátero. ¿Cuál es el área del círculo inscrito en el triángulo en términos de X?



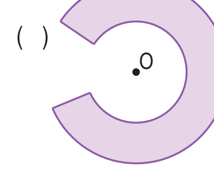
A) πX/12 cm^2 B) πX/18 cm^2
C) $\pi\sqrt{3}$ X/16 cm^2 D) πX^2/12 cm^2
E) πX/6 cm^2

NIVEL 2

Comunicación matemática

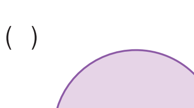
12. Relaciona.

I. Corona circular ( )

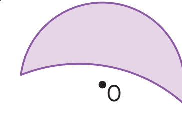


II. Segmento circular

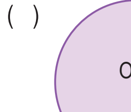
III. Sector circular ( )



IV. Trapecio circular

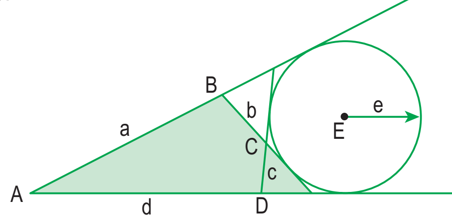


V. Soga circular ( )



VI. Lúnula

13. Coloca V (verdadero) o F (falso) teniendo en cuenta el siguiente gráfico:



I. $A_{\square ABCD} = (b - c)e$ ( )

II. $A_{\square ABCD} = (d - b)e$ ( )

III. $A_{\square ABCD} = (a - c)e$ ( )

Razonamiento y demostración

14. Dos lados de un triángulo miden a y b. Calcula el área máxima de dicha región triangular.

A) ab B) $\frac{ab}{2}$ C) $\frac{1}{4}(ab)$

D) $\frac{3}{4}(ab)$ E) $\frac{1}{5}(ab)\sqrt{3}$

15. En la figura, halla el área de la región sombreada en términos de a y b, si esta es un cuadrado.

A) $\sqrt{a^2 + b^2}$

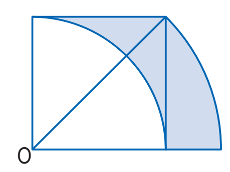
B) ab

C) $\sqrt{a^2 + ab + b^2}$

D) $\sqrt{2}\,ab$

E) 2ab

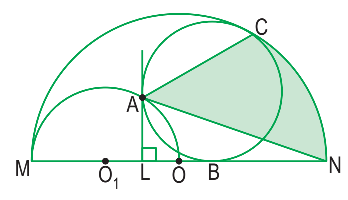
16. Halla el área de la región sombreada comprendida entre dos circunferencias de centro O y un cuadrado con un vértice en O y lado 10 m.



A) $50\left(1 - \frac{\pi}{4}\right)$ m^2 B) $\left(45 + \frac{25\pi}{4}\right)$ m^2 C) 30 m^2

D) $(50 + \pi)$ m^2 E) 50 m^2

17. Del gráfico, calcula el área de la región sombreada, si: ML = 9 y LO = 3. Además: O_1 y O son centros.



A) 20π B) 25π C) 18π

D) 28π E) 24π

Resolución de problemas

18. Se tiene una semicircunferencia de diámetro AB. En el arco AB y en el diámetro se ubican los puntos P y N, respectivamente, de tal manera que AP = NB = 15 y AN = 10. Calcula el área de la región triangular APN.

A) 150 B) 120 C) 90

D) 75 E) 60

19. Se tiene el cuadrilátero ABCD cuya área de su región se desea calcular, si AB = 7, BC = 10, AD = 17, $m\angle B = 143°$ y $m\angle C = 127°$.

A) 48 B) 36 C) 24

D) 30 E) 84

20. En un trapecio isósceles, la longitud de la base mayor es igual a la longitud de su diagonal y además la base menor tiene la misma longitud que su altura. Halla el área de la región trapecial, sabiendo que su altura mide 9 cm.

A) 108 cm^2 B) 100 cm^2 C) 120 cm^2

D) 130 cm^2 E) 140 cm^2

21. Halla el área de la región sombreada de la figura, donde α está expresado en radianes, CO'D y AOB son sectores circulares y OAO'C es un paralelogramo.

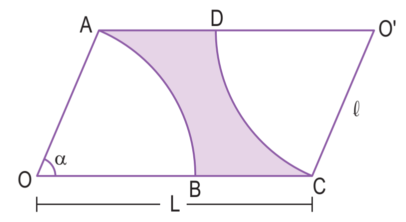
A) $\ell(L\text{sen}\alpha - \alpha)$

B) $\ell(L\text{sen}\alpha - \alpha L)$

C) $\ell(L\text{sen}\alpha - \ell\alpha)$

D) $\ell(L\text{sen}\alpha - \alpha)$

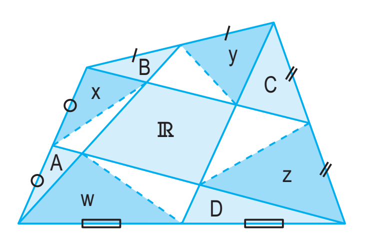
E) $\frac{1}{3}\,\ell L\text{sen}\alpha$



NIVEL 3

Comunicación matemática

22. Coloca V (verdadero) o F (falso) teniendo en cuenta el siguiente gráfico:

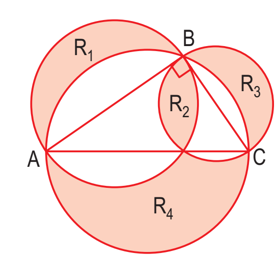


I. $A + B + C + D = \mathbb{R}$ ( )

II. $x + y + z + w = \mathbb{R}/2$ ( )

III. $A\square ABCD = \mathbb{R} + 2(x + y + z + w)$ ( )

23. Rellena los recuadros en blanco con los valores de áreas presentes en el siguiente gráfico.



I. $A_{\Delta ABC} = \square + \square$

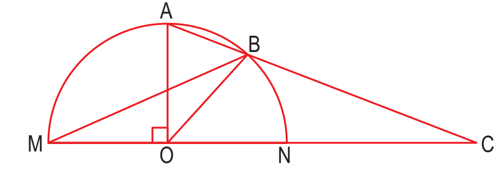
II. $A_{\Delta ABC} = \square + \square$

III. $R_4 = \square + \square + \square$

Razonamiento y demostración

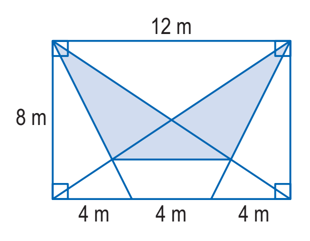
24. En la figura AB = 2 y BC = 7. Calcula el área de la región MBO.

A) 1,5
B) 2
C) 2,5
D) 3
E) 3,5



25. Calcula el área de la región sombreada.

A) 30 m^2
B) 40 m^2
C) 36 m^2
D) 48 m^2
E) 60 m^2

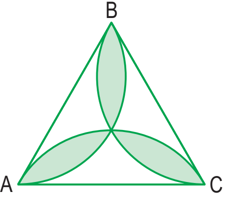


26. En el gráfico, se tienen semicírculos. Si: $A_1 = 9$ m^2 y $A_2 = 4$ m^2, halla: A_3. (P: punto de tangencia).

A) 7 m^2
B) 9 m^2
C) 10 m^2
D) 12 m^2
E) 14 m^2

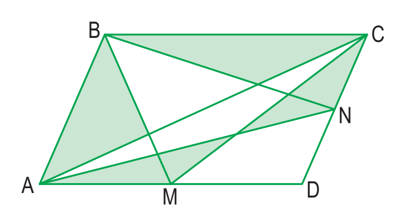
27. Halla el área de la región sombreada, si el triángulo ABC es equilátero de lado $2\sqrt{3}$.

A) $4\pi - 3\sqrt{3}$
B) $2\pi - \sqrt{3}$
C) $2(2\pi - 3\sqrt{3})$
D) $3\pi - 2\sqrt{3}$
E) $3(2\pi - \sqrt{3})$



Resolución de problemas

28. Calcula la razón, entre el área de la región sombreada y el área de la región romboidal ABCD, si: AM = MD y DN = NC.



A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) 2
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{5}$

29. El lado $\overline{AC}$ de un triángulo ABC se prolonga hasta E tal que AC = CE. Si AB = 13, BC = 15 y AC = 14, calcula el área de la región triangular BCE.

A) 100 B) 42 C) 84
D) 64 E) 108

30. En un cuadrado de 8 m de lado se inscribe un rectángulo de 10 m de diagonal, con la condición de que sus lados sean paralelas a las diagonales del cuadrado. El área del rectángulo es:

A) 10 m^2 B) 12 m^2 C) 14 m^2
D) 16 m^2 E) 18 m^2

31. En un trapecio cuyas bases miden 3 m y 1 m, se traza una paralela a las bases para dividirlo en dos figuras equivalentes. ¿Cuál es la longitud de dicha paralela?

A) $\sqrt{2}$ m B) $\sqrt{3}$ m C) $\sqrt{5}$ m
D) $\sqrt{6}$ m E) $\sqrt{7}$ m

32. En un triángulo rectángulo ABC, recto en B, se traza la ceviana interior AP que intersecta a la circunferencia inscrita en M y N; de modo que: AM = MN = NP = 4. Calcula el área del menor segmento circular MN.

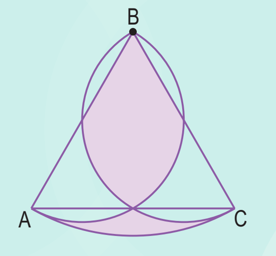
A) $2(\pi - 2)$ B) $(2\pi - 1)$ C) $(3\pi - \sqrt{3})$
D) $(9\pi - 6)$ E) $(5\pi - 4)$



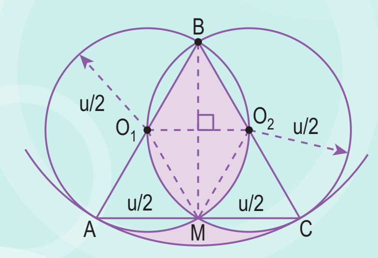
Claves

NIVEL 1	8. D	14. B	21. C	27. C
1.	9. D	15. B	NIVEL 3	28. A
2.	10. E	16. E	22.	29. C
3. D	11. A	17. E	23.	30. C
4. B	NIVEL 2	18. E	24. E	31. C
5. C	12.	19. B	25. A	32. A
6. D	13.	20. A	26. C	
7. C				

Se muestra en la figura el triángulo equilátero ABC. Si $\overline{AB}$ y $\overline{BC}$ son diámetros, calcula la suma de las áreas de las regiones sombreadas. (AC = u).



Resolución:



Si el Δ ABC es equilátero:

$\Rightarrow AO_1 = O_1B = BO_2 = O_2C = AM = MC = \frac{u}{2}$ y

$m\angle AO_1M = m\angle MO_2C = 60°$

Hallando el área del triángulo O_1BO_2 y del triángulo O_1O_2M:

$$\Rightarrow A_{\Delta O_1BO_2} = \frac{\left(\frac{u}{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{u^2\sqrt{3}}{16}$$

$$\Rightarrow A_{\Delta O_1MO_2} = \frac{\left(\frac{u}{2}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \frac{u^2\sqrt{3}}{16}$$

Hallando el área de los segmentos circulares O_1M y O_2M:

$A_{\frown O_1M} = A_{\frown O_2M}$ (por tener mismo radio y el mismo ángulo que lo forma $m\angle O_2O_1M = m\angle O_1O_2M = 60°$)

$$A_{\frown O_1M} = A_{\triangleleft O_1O_2M} - A_{\Delta O_1O_2M} = \frac{\frac{\pi}{3}\times\left(\frac{u}{2}\right)^2}{2} - \frac{u^2\sqrt{3}}{16} = \frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow A_{\frown O_1M} = A_{\frown O_2M} = \frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

Hallando el área de la región AMC:

$$A_{AMC} = A_{\triangleleft ABC} - A_{\Delta ABC} - A_{\frown AM} - A_{\frown MC}$$

$$A_{AMC} = \frac{\frac{\pi}{3}(u)^2}{2} - \frac{u^2\sqrt{3}}{4} - \frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Rightarrow A_{AMC} = \frac{u^2}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \left[\frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right]$$

$$\Rightarrow A_{AMC} = \frac{u^2}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) - \frac{u^2}{4}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{u^2}{4}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

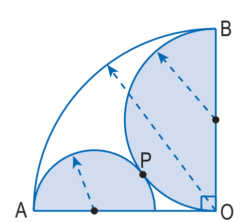
Nos piden S:

$$S = A_{\Delta O_1BO_2} + A_{\Delta O_1MO_2} + A_{\frown O_1M} + A_{\frown O_2M} + A_{AMC}$$

$$S = \frac{u^2\sqrt{3}}{16} + \frac{u^2\sqrt{3}}{16} + \frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{u^2}{8}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \frac{u^2}{4}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

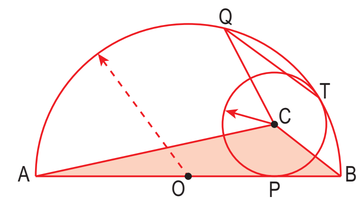
$$S = \frac{u^2\sqrt{3}}{8} + \frac{u^2}{2}\left(\frac{\pi}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = u^2\left(\frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{8}\right)$$

1. En la figura mostrada, P es punto de tangencia. Calcula la razón entre las áreas de los semicírculos menor y mayor.



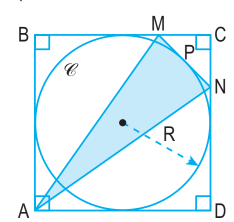
A) 4/7
B) 3/7
C) 9/16
D) 4/9
E) 16/25

2. En la figura, T y P son puntos de tangencia si $m\overset{\frown}{TQ} = m\angle TQC$ y QC = 8 m. Calcula el área sombreada.



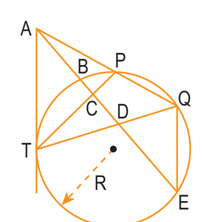
A) 72 m^2
B) 64 m^2
C) 49 m^2
D) 32 m^2
E) 18 m^2

3. Calcula el área de la región sombreada. Si P es punto de tangencia ($\mathscr{C}$ está inscrita en ABCD).



A) $R^2/4$
B) R^2
C) $2R^2$
D) $R^2/2$
E) $3R^2/4$

4. Según la gráfica $\overline{QE} \parallel \overline{AT}$ y QE = DE. Si T es punto de tangencia AB = 3, BC = 1 y AT = 6. Halla: S = (PC)(CT)



A) 2
B) 4
C) 5
D) 6
E) 8

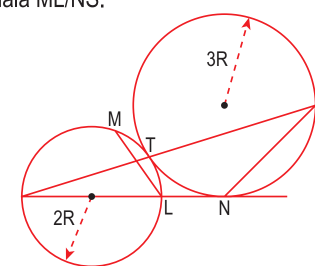
5. En un triángulo ABC se trazan la bisectriz interior BP y la mediana BM, $\overline{PQ} \parallel \overline{MB}$ (Q ∈ $\overline{AB}$), $\overline{QR} \parallel \overline{BC}$ (R ∈ $\overline{MC}$) sabiendo que AB = 4 y BC = 6, Halla QR.

A) 1,2 B) 3,6 C) 2,4 D) 4,8 E) 9,6

6. En una semicircunferencia de diámetro AB y centro O, se ubica un punto F y en $\overline{AF}$ se ubica un punto M de tal manera que $\overline{MO} \perp \overline{AB}$. Si el radio de la semicircunferencia es $(2+\sqrt{2})$ y $m\angle MBF = 45°$, halla la longitud del segmento perpendicular a $\overline{OF}$ trazado desde M.

A) 5 B) 3,5 C) 2,5 D) 1,5 E) 1

7. De la figura, T y N son puntos de tangencia. Si $m\overset{\frown}{MT} = 23°$, señala ML/NS.



A) $\sqrt{2}/6$
B) $\sqrt{2}/3$
C) $\sqrt{2}/5$
D) $\sqrt{2}/4$
E) $\sqrt{2}/2$


Unidad 4
Geometría

RECUERDA

Beltrami, Eugenio (1835-1900)

Nació en Cremona, Italia, y murió en Roma. Provenía de una familia de artistas, y su formación matemática hizo que se interesara más por la música que por la pintura. Sus necesidades económicas evitaron que se dedicara por completo a la Matemática, pero dio clases en Bologna de álgebra y geometría analítica. Más tarde aceptó la cátedra de geodesia en la Universidad de Pisa, donde entabló amistad con Betti.

Bolyai, Farkas Wolfang (1775-1856)

Nació en Boya, Transilvania y murió en Marosvasárhely, Transilvania. Fue el padre de Johan Bolyai. Era gran amigo de Gauss, un compañero de estudios en Göttingen. Se interesó por los fundamentos de la geometría y el axioma de las paralelas. Sus intentos por impedir que su hijo estudiara el axioma de las paralelas fueron fallidos, por suerte. Farkas escribió a su hijo: "Detéstalo como una pérdida de tiempo; puede privarte de todo tu esparcimiento, tu salud, tu descanso y toda la felicidad de tu vida". Cuando Farkas Bolyai se resignó sobre la demostracción del postulado de las paralelas, escribió poesía, música y drama.

Bolyai, Johan (1802-1860)

Matemático húngaro nacido en Kolozsvar y fallecido en Marosvasárheli, ambas en Hungría. Su padre había sido gran amigo de Gauss, llegando incluso a intentar demostrar el quinto axioma de Euclides. En 1825 ponía en práctica los mismos proyectos que Lobachewski sobre la geometría no euclideana, publicando en 1831 un apéndice en un libro de su padre sobre matemáticas. En él explicó su geometría, la cual Lobachewski había publicado tres años antes.

D'alembert, Jean Le Rond (1717-1783)

Matemático francés nacido y fallecido en París. Era hijo ilegítimo de un aristócrata, que sin embargo le costeó la carrera. El nombre de D'Alembert le viene del nombre de una iglesia en cuya escalinata fue abandonado por su madre al poco tiempo de su nacimiento. Fue criado por una familia de vidrieros, y más tarde cuando alcanzó fama como matemático, rechazó los intentos de aproximación de su madre legítima, prefiriendo ser conocido como el hijo de unos vidrieros. Colaboró con Diderot en la elaboración de la famosa Encyclopédie. Mantuvo correspondencia frecuente y cordial con Euler sobre la resolución de ciertos problemas.

Reflexiona

- *El dolor físico es igual a un pensamiento torturante, ambos son ideas negativas que se pueden anular mediante la sabiduría del espíritu.*
- *Toda la vida del hombre gira entre lo infinito y lo eterno, de allí la incomprensión del universo. Su cerebro no ha desarrollado lo suficiente todavía para comprender la verdad absoluta.*
- *¡Da! como el sol da su luz, da como los ríos dan sus aguas, da como la tierra da sus frutos y flores, da como un noble y comprensivo corazón da a la vida.*
- *La vida prosaica debe ser corta, si no la vergüenza será larga.*

¡Razona...!

Halla el término que continúa.

Y; A; W; E; U; I; S; O;...

A) P B) Q C) R D) U E) S

Aplicamos lo aprendido



TEMA 1: RECTAS Y PLANOS EN EL ESPACIO

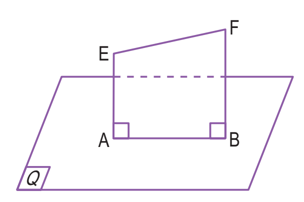
1 ¿Cuántos planos son necesarios para determinar un punto?

A) 1   B) 2   C) 3
D) 4   E) 5

2 Se tienen dos planos paralelos P y Q distantes 4 m. Calcula la longitud de la proyección de $\overline{AB}$ sobre el plano Q, si: AB = 5 m, el punto A pertenece al plano P y el punto B pertenece al plano Q.

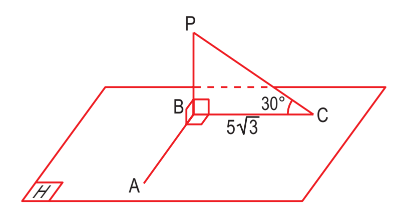
A) 1 m   B) 2 m   C) 3 m
D) $\sqrt{2}$ m   E) $\sqrt{3}$ m

3 Del gráfico, EF = 10 y AB = 8, halla: FB – EA



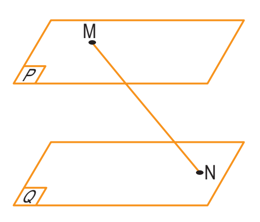
A) 4   B) 5   C) 8
D) 6   E) 10

4 En la figura, halla AC, si PA = 13.



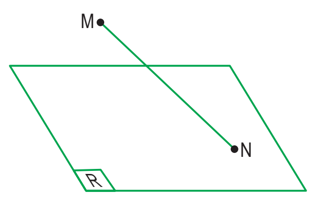
A) 20   B) 15   C) $\sqrt{20}$
D) $\sqrt{219}$ E) 30

5 En la figura, los planos son paralelos y la proyección de $\overline{MN}$ sobre el plano Q mide 20 m. Si MN = 25 m. Halla la distancia entre ambos planos.



A) 12 m   B) 15 m   C) 10 m
D) 8 m   E) 20 m

6 En el gráfico, la proyección de $\overline{MN}$ sobre el plano mide 36 y la distancia de M hacia el plano es 15. Halla MN.



A) 39   B) 18   C) 36
D) 12   E) 20

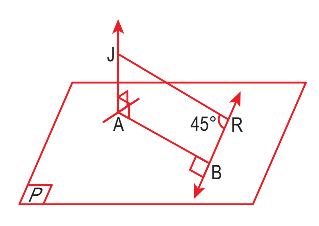
7 La distancia de un punto P a un plano Q es 24, se traza $\overline{PM}$ (M se encuentra en el plano Q) de modo que la proyección de $\overline{PM}$ sobre el plano 7. Halla PM.

A) 10 B) 12 C) 7
D) 18 E) 25

8 Calcula máximo número de planos que determinan 12 puntos en el espacio.

A) 220 B) 110 C) 100
D) 50 E) 200

9 En la figura, calcula JR, si JA = 3, AB = 4.



A) $\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{2}$ C) $5\sqrt{3}$
D) $2\sqrt{3}$ E) 5

10 Si el máximo número de planos que se pueden obtener con n puntos en el espacio es 10. Halla n.

A) 3 B) 4 C) 5
D) 6 E) 7

11 ¿Cuántos planos son necesarios para determinar un punto, una recta y un sólido geométrico respectivamente?

A) 1; 2; 3 B) 2; 3; 4 C) 3; 2; 3
D) 3; 2; 4 E) 1; 3; 4

12 La distancia de un punto P a un plano es 5, se traza $\overline{PQ}$ (Q pertenece al plano), de tal manera que la proyección de $\overline{PQ}$ sobre el plano mide 12. Halla PQ.

A) 7 B) 13 C) 18
D) 17 E) 20

13 Sea ABC un triángulo equilátero de lado L, por B se levanta la perpendicular BT al plano del triángulo, tal que: BT = L/2. Calcula el área de la región triangular ATC.

A) L^2 B) $2L^2$ C) $\frac{L^2}{2}$
D) $\frac{L^2}{4}$ E) $\frac{L^2}{6}$

14 Si el máximo número de planos que determinan 5 puntos en el espacio es n, y el máximo número de planos que determinan otros 4 puntos en el espacio es m. Halla m + n.

A) 14 B) 15 C) 16
D) 17 E) 18

Claves

1. E	3. D	5. B	7. E	9. B	11. D	13. C
2. C	4. D	6. A	8. A	10. C	12. B	14. A

Practiquemos



NIVEL 1

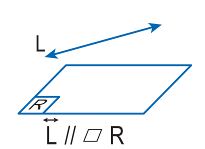
Comunicación matemática

1. Determina las proyecciones de los elementos geométricos sobre el plano R.

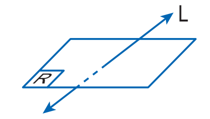
A)



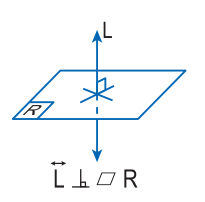
B)



D)



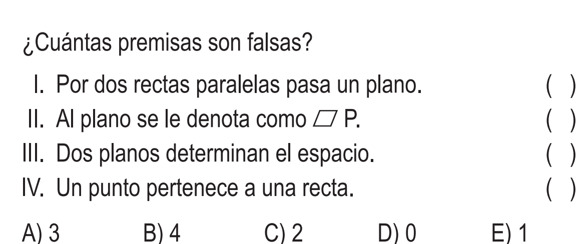
F)



2. Indica la veracidad (V) o falsedad (F) de las premisas:

I. Una recta tiene punto de origen. ( )
II. Por dos puntos pasa una recta. ( )
III. Infinitos puntos pueden determinar un plano. ( )
IV. Cuatro puntos determinan el espacio. ( )

3. ¿Cuántas premisas son falsas?

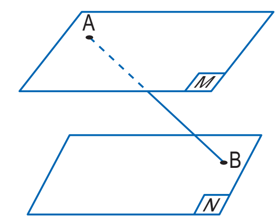


I. Por dos rectas paralelas pasa un plano. ( )
II. Al plano se le denota como ▱ P. ( )
III. Dos planos determinan el espacio. ( )
IV. Un punto pertenece a una recta. ( )

A) 3 B) 4 C) 2 D) 0 E) 1

Razonamiento y demostración

4. Sean M y N dos planos paralelos que distan entre sí 40 m. La proyección de $\overline{AB}$ sobre el plano N mide 30 m. Calcula AB.

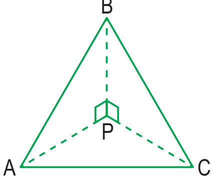


A) 20 m B) 30 m C) 40 m D) 50 m E) 45 m

5. Si "P-ABC" es un triedro cuyas caras son mutuamente ortogonales y la longitud de sus tres aristas es:

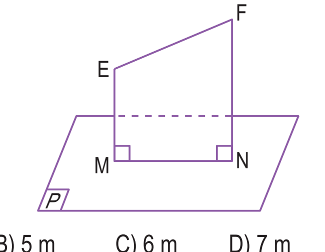
PA = PB = PC = 6 m.

Halla el área del ΔABC.



A) $18\sqrt{3}$ m^2 B) $3\sqrt{3}$ m^2 C) 6m^2
D) $12\sqrt{3}$ m^2 E) $4\sqrt{3}$ m^2

6. Si: EF = 25 m y MN = 24 m, calcula: FN – EM.



A) 4 m B) 5 m C) 6 m D) 7 m E) 8 m

Resolución de problemas

7. Calcula el máximo número de planos que determinan 6 puntos en el espacio.

A) 10 B) 12 C) 15 D) 20 E) 2

8. La distancia de un punto P exterior a un plano, es 6 y la distancia de este punto a un punto A de dicho plano es 10. Calcula la medida de la proyección de $\overline{AP}$ sobre dicho plano.

A) $6\sqrt{2}$ B) $5\sqrt{3}$ C) $5\sqrt{2}$ D) 8 E) $4\sqrt{2}$

9. La distancia de un punto A, exterior a un plano, es 16 y la distancia de este punto a un punto B de dicho plano es 20. Calcula la longitud de la proyección de $\overline{AB}$ sobre dicho plano.

A) 8 B) 10 C) 15 D) 12 E) 20

10. ¿Cuántos planos como máximo determinan 8 puntos no colineales en el espacio?

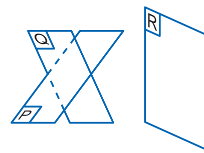
A) 28 B) 20 C) 36 D) 56 E) 60

NIVEL 2

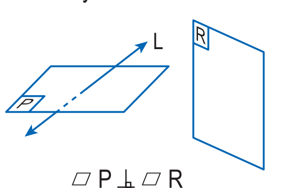
Comunicación matemática

11. Determina las proyecciones sobre el plano R.

A)

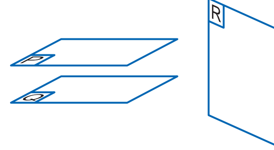


B)





C)

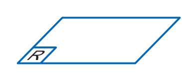


$(\square P \parallel \square Q) \perp \square R$



D)





12. ¿Cuántas premisas son falsas?

I. La medida del ángulo diedro varía entre: 0 y 360°. ( )
II. Un ángulo diedro agudo varía entre: 0 y 90°. ( )
III. La suma de los valores de las caras de un triedro varía entre 0° y 270°. ( )
IV. Un ángulo triedro tiene 4 aristas. ( )

A) 3 B) 2 C) 4 D) 0 E) 1

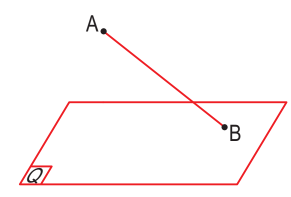
13. ¿Cuántas premisas son verdaderas?

I. Un punto puede pertenecer a una recta. ( )
II. Dos puntos forman una recta. ( )
III. Infinitos puntos forman una recta. ( )
IV. Un punto puede pertenecer a un único plano. ( )

A) 3 B) 1 C) 4 D) 0 E) 2

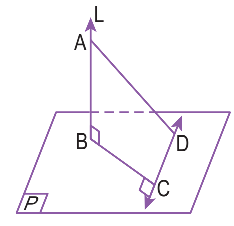
Razonamiento y demostración

14. Si la proyección de $\overline{AB}$ sobre el plano Q mide 24 y la distancia de A al plano es 10, calcula AB.



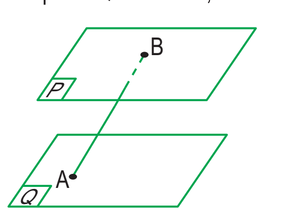
A) 7
B) 24
C) 25
D) 26
E) 30

15. En el gráfico, calcula AD, si: AB = 12; BC = 9 y CD = 8. ($\overleftrightarrow{L}$ es perpendicular al plano P).



A) 15
B) 16
C) 18
D) 17
E) 13

16. Si: AB = 26 m, P y Q son dos planos paralelos, la proyección de AB sobre el plano Q mide 24 m, calcula la distancia entre ambos planos.



A) 10 m
B) 12 m
C) 15 m
D) 18 m
E) 20 m

Resolución de problemas

17. Calcula el máximo número de planos que determinan 7 puntos en el espacio.

A) 35 B) 21 C) 28
D) 14 E) 7

18. Un ángulo diedro mide 37°. Halla la distancia de un punto M hacia la arista, si M dista 2 a ambas caras.

A) 4 B) $2\sqrt{10}$ C) $\sqrt{10}$
D) 5 E) 10

19. Tres planos paralelos determinan sobre una recta secante L_1, los segmentos AE y EB, y sobre otra recta L_2, secante, los segmentos CF y FD. Si: AB = 8 m; CD = 12 m y FD – EB = 1 m, halla CF.

A) 3 m B) 9 m C) 6 m
D) 4 m E) 7 m

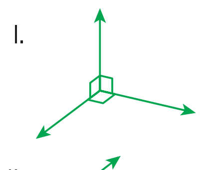
20. Dos puntos A y B, situados a uno y otro lado de un plano X, distan de dicho plano, 6 cm y 9 cm, respectivamente. Si la proyección del segmento AB sobre el plano es 30 cm, halla la distancia entre los puntos A y B.

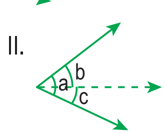
A) $15\sqrt{5}$ m B) $5\sqrt{5}$ m C) $5\sqrt{15}$ m
D) $3\sqrt{5}$ m E) $\sqrt{15}$ m

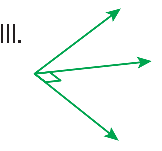
NIVEL 3

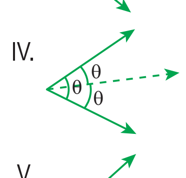
Comunicación matemática

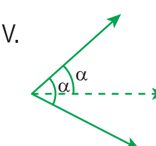
21. Relaciona la clasificación de ángulos triedros:

I.


II.


III.


IV.


V.


A Isósceles
B Equilátero
C Trirrectangulo
D Escaleno
E Unirrectángulo

22. Coloca V(verdadero) o F(falso) según corresponda.

I. Una recta pertenece solamente a un plano. ( )
II. Un punto está incluido solamente en un plano. ( )
III. Un punto pertenece solamente a una recta. ( )
IV. Una recta puede estar incluida solo en un plano. ( )

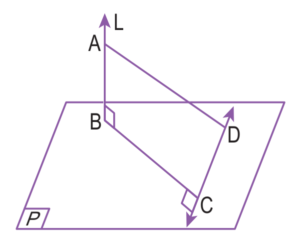
23. Indica qué proposiciones son verdaderas:

I. Dos rectas determinan el espacio. ( )
II. Dos rectas alabeadas determinan el espacio. ( )
III. Por dos rectas pasa un plano. ( )
IV. 4 puntos no colineales ni coplanarios definen el espacio. ( )

A) I y IV B) I y III C) II y IV
D) III y IV E) Solo II

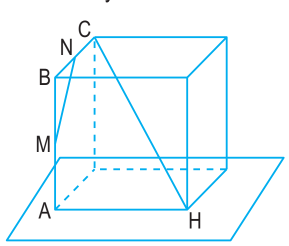
Razonamiento y demostración

24. Si $\overleftrightarrow{L}$ es perpendicular al plano P. Calcula AD, si: AB = 2; BC = $2\sqrt{3}$ y CD = 3.



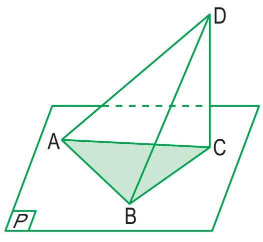
A) 2
B) 3
C) 4
D) 5
E) 6

25. La figura muestra un cubo de arista a. M es punto medio de $\overline{AB}$ y N es punto medio de $\overline{BC}$. Halla la mínima distancia entre las rectas que contienen a $\overline{MN}$ y $\overline{CH}$.



A) $\frac{a}{4}$ B) $\frac{a\sqrt{2}}{4}$ C) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ E) $a\sqrt{3}$

26. En la figura, C es la proyección de D sobre el plano P. Si el área de $\triangle$ABD es igual a 30 m^2 y el ángulo diedro que forman ABD y el plano P mide 53°, halla el área de $\triangle$ABC.



A) 18 m^2 B) 24 m^2 C) 20 m^2
D) 15 m^2 E) 10 m^2

Resolución de problemas

27. Calcula el máximo número de planos que se pueden determinar con 30 puntos no colineales en el espacio.

A) 4060 B) 4062 C) 4872
D) 3480 E) 4822

28. $\overleftrightarrow{m}$ y $\overleftrightarrow{r}$ son dos rectas alabeadas que se cruzan con un ángulo de 60°, A $\in \overleftrightarrow{m}$, B $\in \overleftrightarrow{r}$ y AB = 4 cm es la mínima distancia entre $\overleftrightarrow{m}$ y $\overleftrightarrow{r}$. Sobre $\overleftrightarrow{m}$ se toma el punto E y en $\overleftrightarrow{r}$ el punto F, de modo que AE = BF = 3 cm. Halla la medida del ángulo con que se cruzan $\overline{AB}$ y $\overline{EF}$.

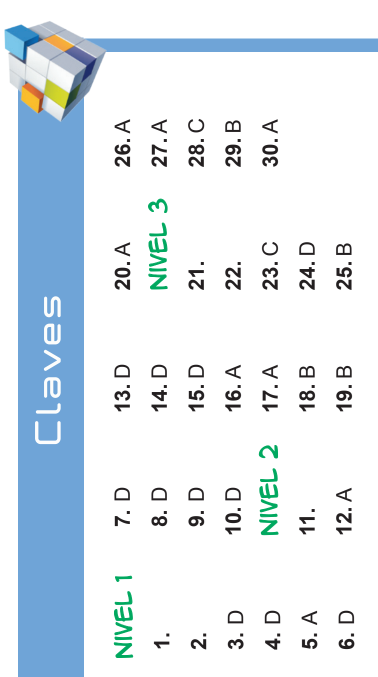
A) 30° B) 15° C) 37°
D) 45° E) 50°

29. $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$ son segmentos alabeados y perpendiculares, y $\overline{AC}$ es perpendicular a $\overline{AB}$ y $\overline{CD}$. Si: AB^2 + CD^2 = 256, halla la distancia entre los puntos medios de $\overline{AC}$ y $\overline{BD}$.

A) 4 B) 8 C) 6
D) 9 E) 5

30. En el centro O de un cuadrado ACBD cuyo lado mide a, se traza un segmento perpendicular, de longitud OM = h, al plano del cuadrado. Se trazan los segmentos que unen el punto M con los vértices del cuadrado. Calcula el valor de h para que los triángulos que conforman los lados de la pirámide M - ACBD sean equiláteros.

A) $\frac{a\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ C) $a\sqrt{2}$
D) $a\sqrt{3}$ E) $a\sqrt{5}$



Aplicamos lo aprendido





TEMA 2: POLIEDROS

1 Un poliedro convexo tiene 20 caras y 30 aristas. Halla el número de vértices.

A) 10 B) 12 C) 20
D) 15 E) 30

2 Si la diagonal de un cubo mide $2\sqrt{3}$ m. Halla el área total.

A) 24 m^2 B) 20 m^2 C) 12 m^2
D) 14 m^2 E) 15 m^2

3 En un poliedro convexo, el número de caras, más el número de vértices, y más el número de aristas, es 28. Si las medidas de los ángulos en todas las caras suman 1800°. Halla el número de caras

A) 2 B) 4 C) 8
D) 6 E) 5

4 La suma de las medidas de las caras de un poliedro convexo, es 3600°. Si el número de aristas excede en 2 al doble del número de caras. Halla el número de caras.

A) 8 B) 6 C) 4
D) 2 E) 10

5 Calcula el área total de un tetraedro regular, si su altura mide $6\sqrt{6}$ m.

A) $324\sqrt{3}$ m^2 B) 128 m^2 C) 144 m^2
D) 120 m^2 E) 100 m^2

6 Calcula el área total del hexaedro regular cuya diagonal mide $\sqrt{6}$.

A) 12 B) 8 C) 6
D) 13 E) 9

7 Halla la altura de un tetraedro regular de arista 6.

A) $2\sqrt{6}$ B) $\sqrt{6}$ C) $\sqrt{3}$
D) $\sqrt{2}$ E) $3\sqrt{6}$

8 La arista de un octaedro regular mide 4.
Halla el área de la sección determinada al interceptar la superficie del poliedro con un plano paralelo a una cara, que pasa por el punto medio de una arista.

A) $\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $6\sqrt{3}$
D) $5\sqrt{3}$ E) $4\sqrt{3}$

9 Halla la altura del tetraedro regular de arista 3.

A) $\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3}$ C) $\sqrt{6}$
D) $\sqrt{7}$ E) $2\sqrt{2}$

10 Calcula el volumen de un cubo cuya arista es igual a la arista de un tetraedro regular de $49\sqrt{3}$ de área total.

A) 343 B) 297 C) 336
D) 286 E) 534

11 La diagonal de un cubo de 1 de arista es equivalente a la arista de un tetraedro regular. Calcula el área total del tetraedro.

A) $\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $2\sqrt{6}$
D) $6\sqrt{2}$ E) $4\sqrt{2}$

12 Si la arista de un octaedro regular es 2. Calcula el área del sólido.

A) $8\sqrt{3}$ B) $16\sqrt{3}$ C) $12\sqrt{3}$
D) $9\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{3}$

13 La arista de un octaedro regular mide 6. Halla la diagonal del sólido.

A) $6\sqrt{3}$ B) $3\sqrt{3}$ C) $4\sqrt{2}$
D) $6\sqrt{2}$ E) $8\sqrt{3}$

14 La suma de las diagonales de un cubo es $8\sqrt{3}$. Halla el área total del cubo.

A) 12 B) 24 C) 30
D) 18 E) 20

Claves

1. B 2. A 3. C 4. A 5. A 6. A 7. A 8. C 9. C 10. A 11. B 12. A 13. D 14. B

Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Relaciona:

$Ap = \frac{a\sqrt{6}}{12}$	Hexaedro regular
$Ap = \frac{a}{2}$	Octaedro regular
$Ap = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{25+11\sqrt{5}}{10}}$	Tetraedro regular
$Ap = \frac{a\sqrt{6}}{6}$	Icosaedro regular
$Ap = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{6}}$	Dodecaedro regular

2. Completa:

A) En un poliedro regular sus caras son ____________ ____________ congruentes entre sí y en cada ____________ concurren el mismo número de ____________.

B) Se llama ____________ si una ____________ interseca a la superficie del poliedro, como máximo en ____________.

3. ¿Qué proposiciones son correctas?

I. Un poliedro posee como mínimo una superficie curva. ( )
II. Un poliedro tiene todas sus caras poligonales. ( )
III. Un tetraedro regular tiene una relación de $\frac{C}{A} = \frac{2}{3}$. ( )

A) Solo I B) I y III C) II y III
D) I y II E) I; II y III

Razonamiento y demostración

4. ¿Cuántos vértices tiene el dodecaedro regular?

A) 6 B) 4 C) 20 D) 10 E) 12

5. En un poliedro la suma de los números de caras, vértices y aristas es 32. Calcula el número de aristas.

A) 12 B) 13 C) 14
D) 15 E) 16

6. ¿Cuántas diagonales tiene un octaedro regular?

A) 2 B) 3 C) 4
D) 6 E) 8

Resolución de problemas

7. El área de la cara de un cubo es 64. Calcula la suma de las aristas del cubo.

A) 69 B) 72 C) 96 D) 32 E) 48

8. Halla el área total de un tetraedro regular de 5 de arista.

A) $5\sqrt{3}$ B) $20\sqrt{3}$ C) $25\sqrt{3}$
D) $30\sqrt{3}$ E) $32\sqrt{3}$

9. La suma de las aristas de un tetraedro regular es 36. Halla el área total del tetraedro.

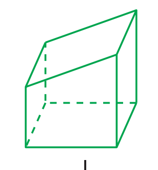
A) $36\sqrt{3}$ B) $32\sqrt{3}$ C) $30\sqrt{6}$
D) $27\sqrt{3}$ E) $12\sqrt{3}$

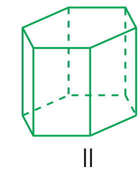
10. Si el área de una cara de un icosaedro regular es S. Halla el área total del poliedro.

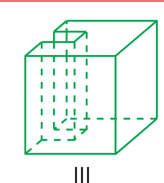
A) 6S B) 12S C) 20S
D) 24S E) 9S

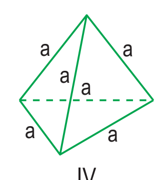
NIVEL 2

Comunicación matemática

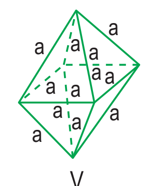

I


II

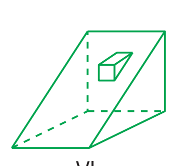

III

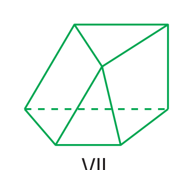


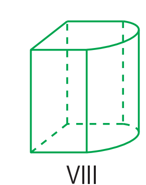
IV

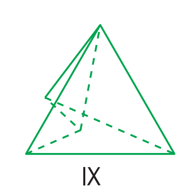


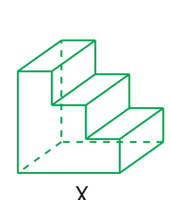
V

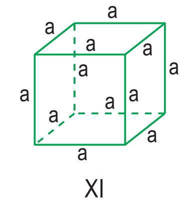

VI


VII

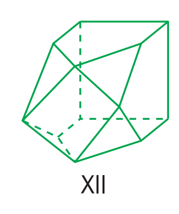

VIII


IX


X



XI


XII

11.

A) De las figuras, cuáles son poliedros convexos:

____

B) De las figuras, cuáles son poliedros no convexos:

____

C) ¿Qué figura no es un poliedro?

____

12.

A) De las figuras, cuáles son poliedros irregulares.

B) De las figuras, cuáles son poliedros regulares:

13. Coloca V (verdadero) o F (falso) según corresponda:

I. Si una recta interseca un sólido en 3 puntos, es un poliedro convexo. ( )

II. Un icosaedro posee 12 caras. ( )

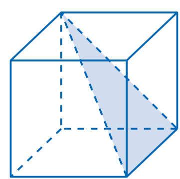
III. Un hexaedro regular tiene 6 vértices. ( )

IV. Un poliedro no es regular si sus caras poligonales son no regulares. ( )

A) FFVV B) VVFF C) FFFV
D) FFFF E) VFFF

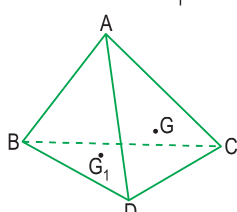
Razonamiento y demostración

14. En el cubo mostrado de diagonal igual a $\sqrt{6}$, calcula el área de la región sombreada.



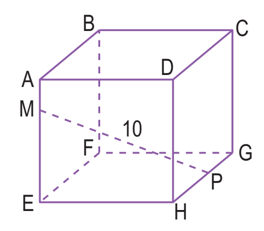
A) 1 B) $\sqrt{2}$ C) 2
D) 3 E) 5

15. En el gráfico, A - BCD es un tetraedro regular, donde la distancia del baricentro G de la cara ACD a la cara BCD es 6. Si G_1 es baricentro de la cara BCD calcula GG_1.



A) $\sqrt{6}$ B) $2\sqrt{6}$ C) $3\sqrt{6}$
D) $4\sqrt{6}$ E) $5\sqrt{6}$

16. En la figura, EM = 3(AM) = 6 y la medida del ángulo entre $\overline{MP}$ y el plano que contiene a la base es 37°. Si m∠MPH = 60°, calcula el volumen del prisma regular ABCD - EFGH.



A) 289 B) 287 C) 256 D) 360 E) 312

Resolución de problemas

17. Halla el volumen del sólido generado al unir los puntos medios de todas las aristas de un cubo cuya arista mide 6.

A) 180 B) 200 C) 160
D) 150 E) 108

18. En un cubo de volumen 120. Calcula el volumen del sólido que tiene por vértices los centros de las caras del cubo.

A) 20 B) 60 C) 40
D) 30 E) 150

19. ¿Cuál es la relación entre las áreas totales de dos hexaedros regulares, si se sabe que la arista de uno de ellos tiene igual medida que la diagonal del otro?

A) 1/3 B) 2/3 C) 3/2
D) 5/2 E) 1/2

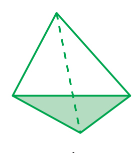
20. Si el área de una cara de un tetraedro regular es $2\sqrt{3}$, halla el volumen del tetraedro.

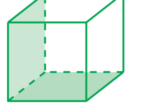
A) 2/3 B) 16/3 C) 4/3
D) 5/3 E) 8/3

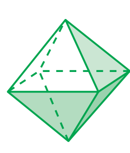
NIVEL 3

Comunicación matemática

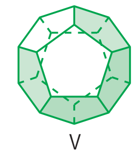
21. Indica qué parejas de los siguientes poliedros regulares son conjugados.


I


II


III


IV


V

22. Indica el valor de verdad (V) y falsedad (F) en cada caso.

I. En un poliedro irregular no se cumple el teorema de Euler. ( )

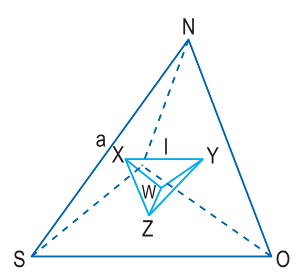
II. Un poliedro no convexo es poliedro irregular. ( )

III. Un poliedro regular es un poliedro convexo. ( )

IV. Si un poliedro no cumple el teorema de Euler, entonces es un poliedro convexo. ( )

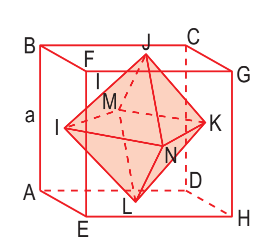
Razonamiento y demostración

23. De la siguiente figura, halla la relación de la esfera inscrita en el tetraedro X - YWZ y circunscrita al tetraedro S - NIO, respectivamente.



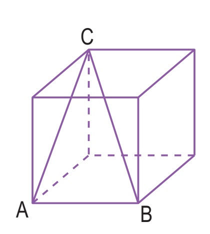
A) $\frac{1}{243}$ B) $\frac{1}{81}$ C) $\frac{1}{729}$
D) $\frac{1}{2187}$ E) $\frac{1}{27}$

24. De la figura mostrada halla la relación de volúmenes del hexaedro y octaedro respectivamente.



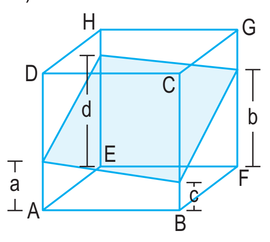
A) $\frac{81}{2}$ B) $\frac{81}{4}$ C) $\frac{27}{4}$
D) $\frac{27}{2}$ E) $\frac{9}{4}$

25. En la figura, se tiene un cubo cuya arista mide a cm, donde $\overline{BC}$ es una diagonal y $\overline{AC}$ diagonal de una cara. Calcula el perímetro del triángulo ABC.



A) $a(1+2\sqrt{2})$ cm B) $a(1+\sqrt{2}+\sqrt{3})$ cm
C) $a(1+\sqrt{3}+\sqrt{5})$ cm D) $a(\sqrt{2}+2\sqrt{3})$ cm
E) $a(1+\sqrt{2}+\sqrt{5})$ cm

26. Se tiene el cubo ABCDEFGH de arista 2 cm, se construye el cuadrilátero achurado como se muestra en la figura; tal que $a=\frac{1}{2}$ cm, $b=\frac{3}{2}$ cm, $c=\frac{1}{3}$ cm. Determina el área del cuadrilátero (en cm^2).



A) 4,64 cm^2 B) 5,34 cm^2 C) 6,14 cm^2
D) 6,64 cm^2 E) 7,54 cm^2

Resolución de problemas

27. En un octaedro regular de arista "a", halla la distancia del centro a una cara.

A) $\frac{a\sqrt{6}}{6}$ B) $\frac{a}{6}$ C) $\frac{a\sqrt{6}}{3}$
D) $\frac{a\sqrt{6}}{2}$ E) $\frac{a\sqrt{6}}{4}$

28. Halla la distancia entre los baricentros de dos caras de un tetraedro regular de arista a.

A) $\frac{a}{2}$ B) $\frac{a}{3}$ C) $\frac{a}{4}$
D) a E) $\frac{a}{8}$

29. La arista de un octaedro regular mide 6 m. Calcula la distancia (en m) del centro del octaedro a una cara.

A) $\sqrt{5}$ m B) $\sqrt{6}$ m C) $\sqrt{7}$ m
D) $\sqrt{8}$ m E) 3 m

30. En un hexaedro regular los puntos medios de sus aristas son los vértices de un poliedro. Determina la relación:

$$\frac{\text{Volumen del poliedro}}{\text{Volumen del hexaedro}}$$

A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$
D) $\frac{5}{6}$ E) 2

Claves

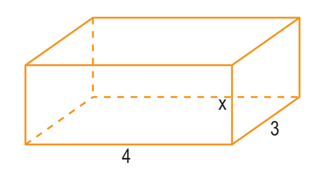
NIVEL 1	**7.** C	**13.** C	**20.** E	**26.** A
1.	**8.** C	**14.** B	NIVEL 3	**27.** A
2.	**9.** A	**15.** C	**21.**	**28.** B
3. C	**10.** C	**16.** E	**22.**	**29.** B
4. C	NIVEL 2	**17.** A	**23.** C	**30.** D
5. D	**11.**	**18.** A	**24.** B	
6. B	**12.**	**19.** A	**25.** B	

Aplicamos lo aprendido



TEMA 3: PRISMA Y CILINDRO

1 Si el área total del paralelepípedo mostrado es 52 m^2. Halla x



A) 7 m
B) 2 m
C) 4 m
D) 5 m
E) 3 m

2 El desarrollo de la superficie lateral de un cilindro es un rectángulo cuya diagonal mide 26 cm. Si la generatriz mide 10 cm, calcula el área lateral de dicho cilindro.

A) 24 cm^2
B) 120 cm^2
C) 240 cm^2
D) 130 cm^2
E) 100 cm^2

3 La base de un prisma recto es un triángulo equilátero de lado L, si el volumen del prisma es $32\sqrt{3}$ m^3 y la altura mide 8 m, halla L.

A) 2
B) 1
C) 4
D) 8
E) 5

4 Halla en qué relación están las áreas laterales de un cubo y de un cilindro de revolución si el cubo está inscrito en el cilindro.

A) $\frac{2\sqrt{2}}{\pi}$
B) $\frac{8\sqrt{2}}{\pi}$
C) $\frac{5\sqrt{2}}{\pi}$
D) $\frac{5\sqrt{2}}{\pi}$
E) $\frac{6\sqrt{2}}{\pi}$

5 Calcula el volumen de un prisma recto cuadrangular regular de altura 3 y de área lateral 60.

A) 150
B) 25
C) 100
D) 80
E) 75

6 Calcula el volumen de un cilindro, si el área de su superficie total es 100π m^2 y la suma del radio de la base y la generatriz es 25 m.

A) 92π m^3
B) 125π m^3
C) 46π m^3
D) 50π m^3
E) 23π m^3

7 Halla el volumen de un prisma oblicuo en función de su área lateral S, sabiendo además que la sección recta es un polígono convexo circunscrito a una circunferencia de radio R.

A) SR^2 B) SR C) $\frac{SR}{2}$
D) $\frac{S}{R}$ E) $\sqrt{SR}$

8 Halla el área lateral de un cilindro circular recto sabiendo que el área de la sección determinada por un plano que contiene el eje, es S.

A) πS^2 B) πS C) $\frac{\pi S}{2}$
D) $3\pi S$ E) $2\pi S$

9 La base de un prisma recto es un triángulo rectángulo, si los catetos y la altura del prisma están en la relación 5; 12 y 13, respectivamente. Halla el área lateral del prisma, si el volumen es 390 m^3.

A) 169 m^2 B) 186 m^2 C) 390 m^2
D) 400 m^2 E) 290 m^2

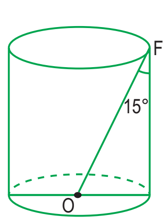
10 Se tiene un tronco de cilindro recto, cuya generatriz menor es nula y su área lateral es igual a S. Calcula el volumen de dicho tronco, si el área de la base circular mide B.

A) $\frac{S\sqrt{B}}{3}$ B) $\frac{S}{2}\sqrt{\frac{B}{\pi}}$ C) $\frac{\sqrt{SB}}{2}$
D) $\frac{SB}{2\pi}$ E) $\frac{S\sqrt{B}}{\pi}$

11 En un prisma triangular regular ABC-DEF, la altura es el triple de la longitud de la apotema de su base. Calcula el volumen del prisma, si AB = 10.

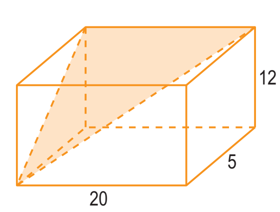
A) 125 B) 145 C) 156
D) 196 E) 375

12 Calcula el área lateral del cilindro mostrado, OF = 16 m. O es el centro de la base inferior.



A) 64π m^2 B) 32π m^2 C) 128π m^2
D) 96π m^2 E) 256π m^2

13 En el paralelepípedo recto mostrado, calcula el área de la región sombreada.



A) 150 B) 180 C) 120
D) 130 E) 200

14 Un vaso cilíndrico de diámetro d y altura h está lleno de agua si se vierte el contenido en otro vaso de diámetro 2d, ¿hasta que altura subirá el agua?

A) h/4 B) h/3 C) h/8
D) h/2 E) h/6

Claves

1. B	3. C	5. E	7. C	9. C	11. E	13. D
2. C	4. A	6. A	8. B	10. B	12. C	14. A

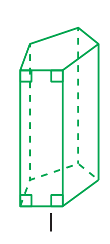
Practiquemos

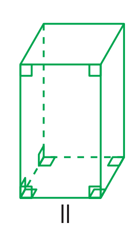


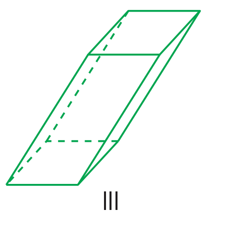
NIVEL 1

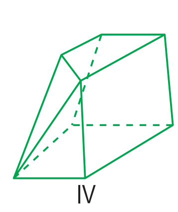
Comunicación matemática

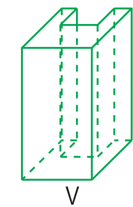
1.

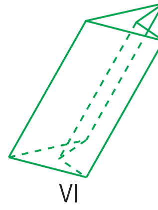


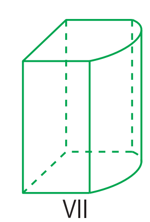


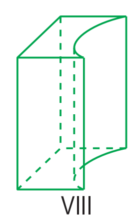


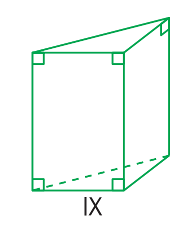


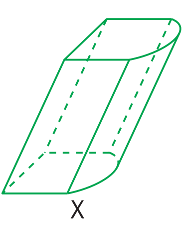












De las figuras:

A) ¿Cuáles son prismas convexos?

____

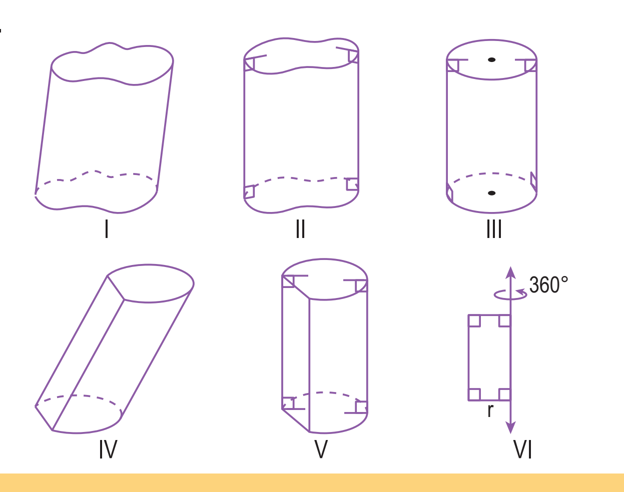
B) ¿Cuáles son prismas no convexos?

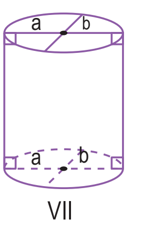
____

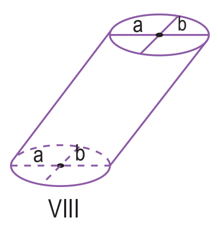
C) ¿Cuáles son prismas oblicuos?

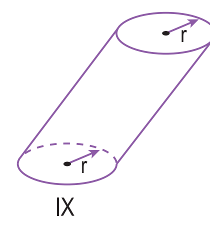
____

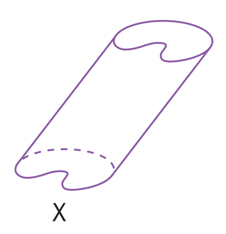
2.











De las figuras:

A) Cuáles son cilindros convexos:

____

B) Cuáles son cilindros no convexos:

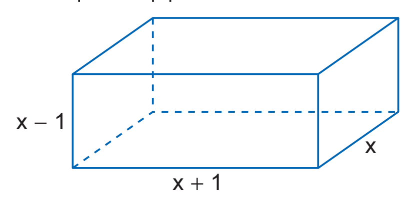
____

C) Cuáles son cilindros oblicuos:

____

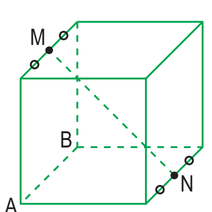
Razonamiento y demostración

3. Si el volumen del paralelepípedo mostrado es 60. Halla x.



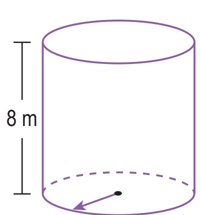
A) 8 B) 6 C) 5 D) 3 E) 4

4. En la figura mostrada la arista del cubo es 2. Calcula la mínima distancia entre $\overline{AB}$ y $\overline{MN}$.



A) $\sqrt{2}$
B) $\sqrt{3}$
C) 5
D) $\sqrt{6}$
E) $\sqrt{7}$

5. En la figura se muestra un cilindro donde la generatriz es igual que el diámetro de la base. Calcula el volumen de dicho sólido.



A) 12π m^3 B) 128π m^3 C) 130π m^3
D) 160π m^3 E) 150π m^3

Resolución de problemas

6. La base de un prisma triangular regular está inscrita en una circunferencia de 10 cm de radio. Si la altura del prisma mide el doble del lado de la base, halla el volumen.

A) 3500 cm^3 B) 4500 cm^3 C) 3600 cm^3
D) 4200 cm^3 E) 4000 cm^3

7. En un cilindro de revolución de 3 cm de radio y su generatriz es congruente al diámetro, calcula el área de la superficie total del sólido.

A) 45π cm^2 B) 48π cm^2 C) 52π cm^2
D) 54π cm^2 E) 65π cm^2

8. Las dimensiones de un paralelepípedo rectangular son proporcionales a 3; 4 y 5, su área total es 282. Calcula el volumen del sólido.

A) $90\sqrt{3}$ B) $180\sqrt{3}$ C) $60\sqrt{3}$
D) $120\sqrt{3}$ E) $50\sqrt{3}$

9. Calcula el volumen de un cilindro recto, si el desarrollo de su superficie lateral tiene un área de 180π m^2 y la distancia entre sus centros de la bases de dicho cilindro mide 15 m.

A) 540π m^3 B) 420π m^3 C) 440π m^3
D) 480π m^3 E) 560π m^3

NIVEL 2

Comunicación matemática

10. ¿Cuántas proposiciones son verdaderas?

I. Un prisma tiene sección axial. ( )
II. Las generatrices del prisma se intersecan en un punto. ( )
III. La directriz tiene línea curva. ( )
IV. Un prisma tiene área de las bases iguales. ( )

A) 2 B) 1 C) 3 D) 0 E) 4

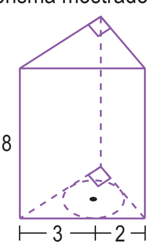
11. ¿Qué proposiciones son falsas?

I. La sección axial de un cilindro recto es un rectángulo. ( )
II. Todos los cilindros tienen sección axial rectangular. ( )
III. El cilindro de revolución tiene como sección axial a un paralelogramo. ( )
IV. La sección axial es perpendicular a las bases. ( )

A) Solo II B) Solo III C) I y III
D) II y III E) III y IV

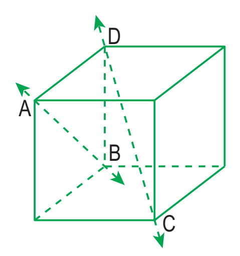
Razonamiento y demostración

12. Calcula el volumen del prisma mostrado.



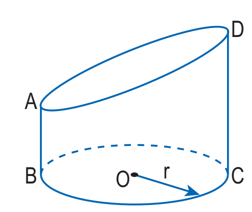
A) 24 B) 48 C) 50
D) 30 E) 60

13. En el cubo mostrado, halla la medida del ángulo formado por $\overleftrightarrow{AB}$ y $\overleftrightarrow{CD}$.



A) 45° B) 53° C) 75°
D) 60° E) 90°

14. En el gráfico: CD = 6 m, AB = 3 m, BO = OC y la $m\angle AOD = 90°$. Calcula el volumen del tronco de cilindro circular recto.



A) 54π m^3
B) 60π m^3
C) 68π m^3
D) 72π m^3
E) 81π m^3

Resolución de problemas

15. Calcula el área lateral de un prisma cuadrangular regular si la altura mide 20 y la diagonal de la base mide $7\sqrt{2}$.

A) 480 B) 560 C) 360
D) 420 E) 640

16. Calcula el volumen de un prisma recto cuyas aristas laterales miden 12 cm siendo sus bases triángulos rectángulos isósceles de hipotenusa 8 cm.

A) 192 cm^3 B) 168 cm^3 C) 162 cm^3
D) 248 cm^3 E) 198 cm^3

17. Si la relación entre el volumen y el área lateral de un cilindro de revolución es 1/4, calcula la medida de su altura, si el área de la base es 3/2 del área lateral.

A) 3 B) 2 C) 1
D) 1/6 E) 1/4

NIVEL 3

Comunicación matemática

18. Indica V(verdadero) o F(falso) según corresponda:

I. En un cilindro las áreas de las bases son diferentes. ( )
II. Un prisma recta está inscrito en un cilindro recto. ( )
III. La directriz del cilindro tiene líneas rectas. ( )
IV. La directriz del prisma tiene líneas curvas. ( )

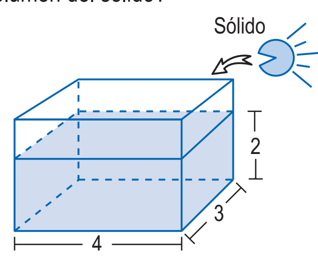
19. ¿Cuántos enunciados son falsos?

I. Un cilindro oblicuo tiene sección axial. ( )
II. Un prisma oblicuo tiene superficies curvas. ( )
III. Un cilindro tiene superficie poligonales. ( )
IV. Un prisma tiene superficies cilíndricas. ( )

A) Solo I B) II y III C) I y III
D) II, III y IV E) I, II y III

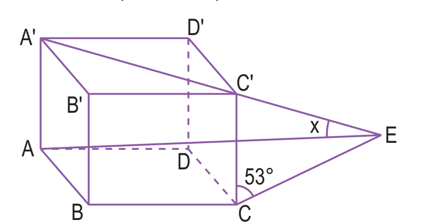
Razonamiento y demostración

20. En el paralelepípedo recto el agua está a 2/3 de su altura; si se introduce el sólido mostrado y luego está a punto de rebalsar. ¿Cuál es el volumen del sólido?



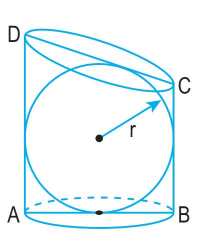
A) 3 B) 4 C) 6
D) 12 E) 18

21. En el prisma recto las aristas son proporcionales a: 3; 3 y 4. Calcula: x (AA' = A'B').



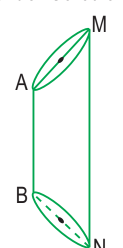
A) 37°
B) 53°
C) 53°/2
D) 37°/2
E) 46°

22. En la figura mostrada se tiene un tronco de cilindro circular recto, DC = 5 cm, y el área de la superficie esférica inscrita en dicho tronco es 9π cm^2. Calcula el volumen del tronco del cilindro.



A) 10π cm^3
B) 9π cm^3
C) 8π cm^3
D) 7π cm^3
E) 6π cm^3

23. Según la figura se tiene un tronco de cilindro de sección recta circular, MN = 2AB, AM = BN, m$\angle$MAB = 135° y el área de la superficie lateral es numéricamente igual al volumen de dicho sólido. Calcula el área de la superficie lateral del sólido.



A) 96π
B) 60π
C) 48π
D) 50π
E) 58π

Resolución de problemas

24. Calcula el volumen de un prisma triangular regular circunscrito a una esfera cuyo diámetro mide 6.

A) $162\sqrt{3}$ B) 180 C) $120\sqrt{6}$
D) $190\sqrt{2}$ E) $172\sqrt{3}$

25. En un cilindro de revolución se traza un plano secante que contiene a un solo punto de la circunferencia que limita a su base y forma con dicha base un diedro de 37°. Calcula el volumen del tronco de prisma triangular regular inscrito en el tronco de cilindro si sus generatrices mayor y menor miden 12 y 6 respectivamente y la arista lateral menor del tronco de prisma es la generatriz menor del tronco de cilindro.

A) $99\sqrt{3}$ B) $108\sqrt{2}$ C) $108\sqrt{3}$
D) $120\sqrt{3}$ E) $90\sqrt{2}$

26. Calcula en qué razón están las áreas de las superficies totales de un cubo y de un cilindro de revolución, si el cubo está inscrito en el cilindro.

A) $\dfrac{6}{(\sqrt{2}+1)\pi}$ B) $\dfrac{3}{(\sqrt{2}+1)\pi}$ C) $\dfrac{9}{(\sqrt{2}+1)\pi}$
D) $\dfrac{2\pi}{(\sqrt{2}-1)\pi}$ E) $\dfrac{2}{(\sqrt{2}+1)\pi}$

27. En un cilindro circular recto la altura es 4 m y el radio de su base mide R; al aumentar la altura en 12 m, el volumen aumenta en x m^3. Si el radio de la base aumenta en 12 m, el volumen aumenta en x m^3, calcula el valor de R.

A) 4 m B) 6 m C) 9 m D) 12 m E) 15 m

Claves

NIVEL 1	6. B	11. A	17. D	22. B
1.	7. D	12. B	NIVEL 3	23. C
2.	8. B	13. E	18.	24. A
3. E	9. A	14. E	19. D	25. C
4. A	NIVEL 2	15. B	20. D	26. A
5. B	10. B	16. A	21. D	27. D

Aplicamos lo aprendido



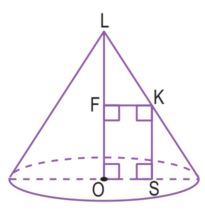


TEMA 4: PIRÁMIDE Y CONO

1 Las áreas de las bases de dos pirámides triangulares semejantes están en la razón de 9 a 16. Calcula la razón de sus volúmenes.

A) 25/32 B) 27/64 C) 25/64
D) 22/33 E) 27/32

2 Calcula el volumen del cono de revolución mostrado sabiendo que: KL = 10 m, KF = 6 m y KS = 8 m

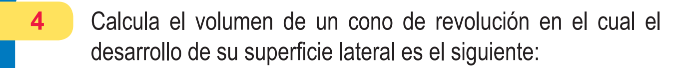


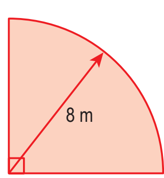
A) 760π m^3 B) 770π m^3 C) 800π m^3
D) 768π m^3 E) 765π m^3

3 Halla el volumen de una pirámide regular P-ABCD, si m$\angle$APC = 90° y AD = 6 m.

A) $36\sqrt{2}$ m^3 B) $36\sqrt{3}$ m^3 C) $42\sqrt{2}$ m^3
D) $72\sqrt{2}$ m^3 E) 36 m^3

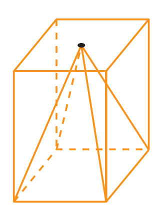
4 Calcula el volumen de un cono de revolución en el cual el desarrollo de su superficie lateral es el siguiente:





A) $\frac{8\pi}{5}\sqrt{15}$ m^3 B) $\frac{\pi}{3}\sqrt{15}$ m^3 C) $\frac{8\pi}{3}\sqrt{15}$ m^3
D) $\frac{\pi}{3}\sqrt{15}$ m^3 E) $\frac{5\pi}{2}\sqrt{15}$ m^3

5 De la figura mostrada, halla la razón entre el volumen del prisma y el volumen de la pirámide.



A) $\frac{1}{3}$ B) 2 C) 3
D) 4 E) $\frac{1}{2}$

6 Se traza un plano paralelo a la base de un cono de revolución por el punto medio de su altura. Halla la relación entre el volumen del cono total y el tronco de cono que resulta.

A) $\frac{8}{7}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{6}{5}$
D) $\frac{7}{3}$ E) $\frac{9}{7}$

7 Calcula el área total de un tronco de pirámide regular ABCD-EFGH, si AD = 4 m, EH = 14 m y la altura del tronco mide 12 m.

A) 640 m^2 B) 650 m^2 C) 670 m^2
D) 680 m^2 E) 690 m^2

8 Calcula el volumen de un cono circular recto si la longitud de su altura mide 8 m y la medida del ángulo de desarrollo es 120°.

A) $\frac{32}{3}\pi$ m^3 B) $\frac{64}{3}\pi$ m^3 C) $\frac{19}{3}\pi$ m^3
D) $\frac{17}{3}\pi$ m^3 E) $\frac{20}{3}\pi$ m^3

9 Calcula el volumen de una pirámide regular, si su apotema mide 15 m y la base es un triángulo equilátero de $18\sqrt{3}$ m de lado.

A) $972\sqrt{3}$ m^3 B) $338\sqrt{3}$ m^3 C) $339\sqrt{2}$ m^3
D) $973\sqrt{3}$ m^3 E) $973\sqrt{2}$ m^3

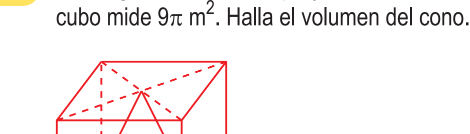
10 En un cono de revolución la distancia del centro de la base hacia una de sus generatrices es igual a 2 cm. Si el área de la superficie lateral es igual a 9 cm^2, calcula el volumen de dicho cono.

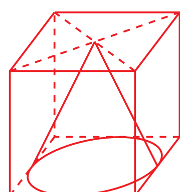
A) 5 cm^3 B) 6 cm^3 C) 7 cm^3
D) 8 cm^3 E) 9 cm^3

11 La base de una pirámide es un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 6 m y 8 m. Si la altura de la pirámide es igual a la mediana relativa a la hipotenusa de la base, halla el volumen de la pirámide.

A) 60 m^3 B) 40 m^3 C) 30 m^3
D) 80 m^3 E) 120 m^3

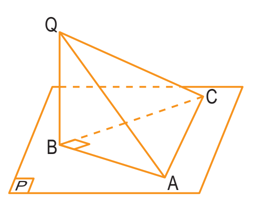
12 En la figura el área de la proyección del cono sobre la base del cubo mide 9π m^2. Halla el volumen del cono.





A) 18π m^3 B) 20π m^3 C) 22π m^3
D) 16π m^3 E) 19π m^3

13 Calcula el volumen de la pirámide Q-ABC, sabiendo que QC = 15 m, QA = 13 m y AC = $\sqrt{106}$ m, además, $\overline{QB}$ es perpendicular al plano P.



A) 80 m^3 B) 60 m^3 C) 50 m^3
D) 100 m^3 E) 90 m^3

14 Halla el volumen de un cono de revolución cuya área lateral mide a y la distancia del centro de la base a una de sus generatrices mide b.

A) ab^3 B) $\frac{ab}{2}$ C) 3ab
D) 2ab E) $\frac{ab}{3}$

Claves

1. B	3. A	5. C	7. D	9. A	11. B	13. E
2. D	4. C	6. A	8. B	10. B	12. A	14. E

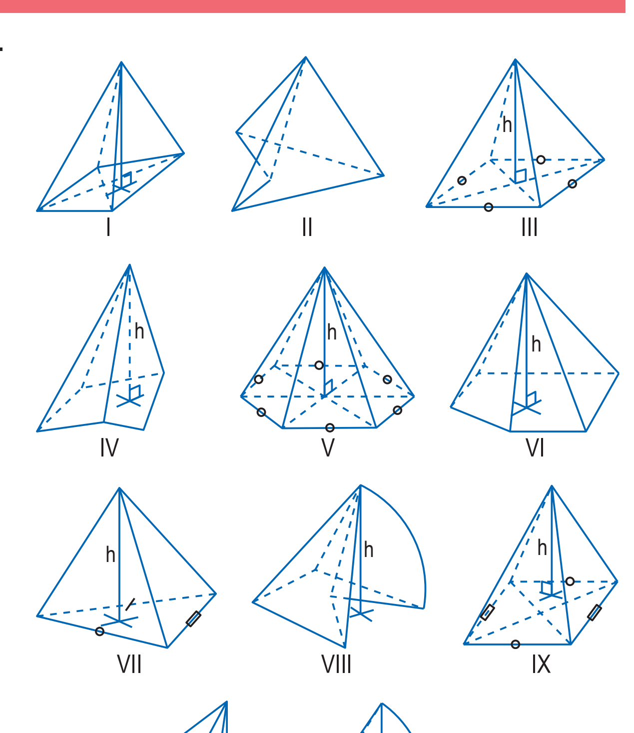


Practiquemos

NIVEL 1

Comunicación matemática

1.



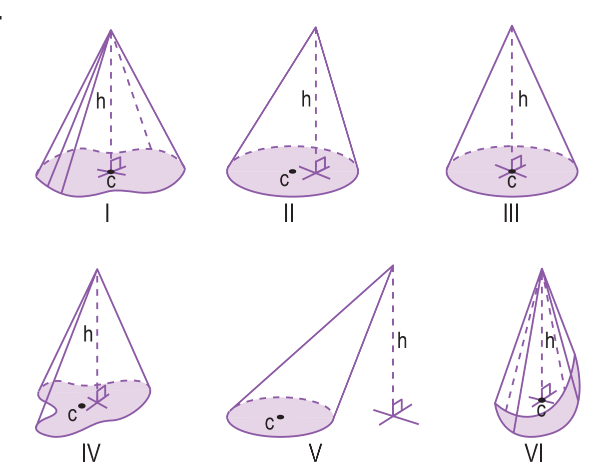
De las figuras:

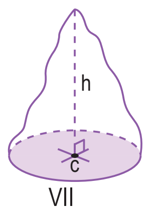
A) ¿Cuáles pirámides son convexas?

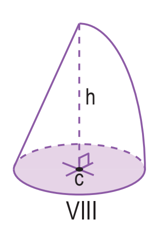
B) ¿Cuáles pirámides son no convexas?

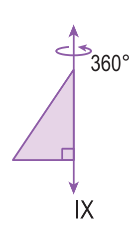
C) ¿Cuáles son pirámides con base cuadrangular?

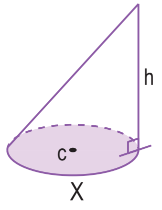
2.

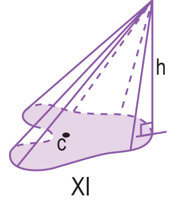












Donde:
C: centroide de la base
h: altura

De las figuras:

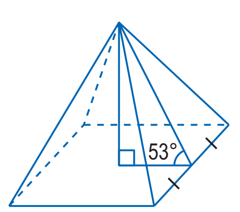
A) ¿Cuáles conos son convexas?

B) ¿Cuáles conos son no convexos?

C) ¿Cuáles son conos con bases circulares o elípticas?

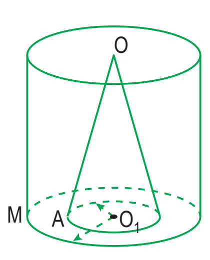
Razonamiento y demostración

3. Calcula el área total de la pirámide cuadrangular regular mostrada, sabiendo que su altura mide 4 cm.



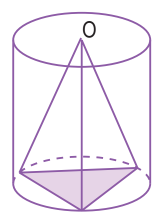
A) 66 cm^2 B) 86 cm^2 C) 76 cm^2
D) 56 cm^2 E) 96 cm^2

4. Según el gráfico se tiene un cono circular recto y un cilindro de revolución. Si MA = AO_1 calcula la razón de volúmenes entre el cono y el cilindro.



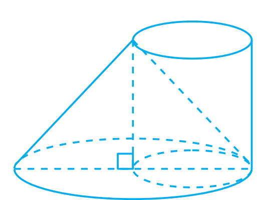
A) $\frac{1}{12}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{1}{5}$
D) $\frac{2}{3}$ E) $\frac{3}{5}$

5. En la figura O es centro de la base superior del cilindro recto. Halla la relación entre los volúmenes de la pirámide regular y el cilindro.



A) $\frac{\sqrt{3}}{4\pi}$ B) $\frac{\sqrt{3}}{8}$ C) $\frac{\sqrt{3}}{9\pi}$ D) $\frac{\sqrt{2}}{6\pi}$ E) $\frac{\sqrt{2}}{4\pi}$

6. En el gráfico, calcula el volumen del cono de revolución, si el volumen del cilindro es 30 cm^3.



A) 45 cm^3
B) 80 cm^3
C) 40 cm^3
D) 40,5 cm^3
E) 50 cm^3

Resolución de problemas

7. Calcula el volumen de un cono de revolución si el desarrollo de la superficie lateral es un semicírculo de 18π m^2 de área.

A) $9\sqrt{3}\pi$ m^3 B) $6\sqrt{3}\pi$ m^3 C) $12\sqrt{3}\pi$ m^3
D) $10\sqrt{3}\pi$ m^3 E) $7\sqrt{3}\pi$ m^3

8. Las bases de un tronco de pirámide regular cuadrangular tienen 4 m^2 y 9 m^2 de área, y su altura es numéricamente igual a la media geométrica de dichas áreas. Calcula el volumen de dicho tronco de pirámide.

A) 32 m^3 B) 35 m^3 C) 36 m^3
D) 38 m^3 E) 40 m^3

9. Calcula el volumen de un cono equilátero, si la altura de dicho cono mide 3 m.

A) 6π m^3 B) 3π m^3 C) 5π m^3
D) 4π m^3 E) 2π m^3

NIVEL 2

Comunicación matemática

10. ¿Cuáles de las proposiciones son verdaderas?

I. Una pirámide regular está inscrita en una pirámide irregular. ( )
II. Una pirámide irregular está inscrita en una pirámide regular. ( )
III. Dos pirámides congruentes tienen el mismo volumen. ( )
IV. Dos pirámides semejantes tienen el mismo volumen. ( )

A) I y III B) Solo III C) II y III
D) I y II E) Solo II

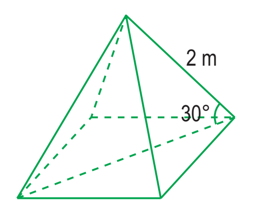
11. ¿Qué proposiciones son verdaderas?

I. Todos los conos tienen sección axial. ( )
II. La sección axial de un cono recto es un triángulo equilátero. ( )
III. Mayormente la sección axial de un cono recto es un triángulo isósceles. ( )
IV. Los conos rectos tienen todas sus secciones axiales iguales. ( )

A) II y IV B) II y III C) I y III
D) Solo I E) I y II

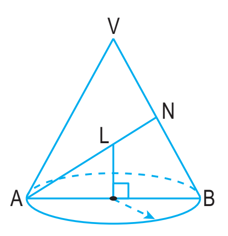
Razonamiento y demostración

12. Calcula el volumen de la pirámide cuadrangular regular mostrada.



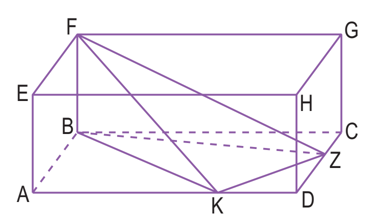
A) 1 m^3 B) 2 m^3 C) 3 m^3
D) 4 m^3 E) 5 m^3

13. En la figura se muestra un cono de revolución, VN = NB, la m∠NAB = 37° y LN = 2,5 m. Calcula el volumen del cono.



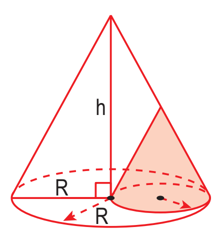
A) 22π cm^3 B) 36π cm^3 C) 60π cm^3
D) 72π cm^3 E) 48π cm^3

14. En la figura se tiene el rectoedro ABCD-EFGH. Halla el volumen de la pirámide F-BKZ, si AE = 6 m, CD = 9 m, AD = 10 m, KD = 2 m y DZ = 5 m.



A) 62 m^3 B) 58 m^3 C) 59 m^3
D) 70 m^3 E) 60 m^3

15. Calcula la medida del ángulo del desarrollo que se obtiene, al desarrollar la superficie lateral del cono menor, si tiene una generatriz paralela a la generatriz el cono mayor.
Además $h = \sqrt{15}$ y $R = 1$.



A) 45° B) 60° C) 75°
D) 90° E) 135°

Resolución de problemas

16. Se tiene una pirámide cuadrangular regular V-ABCD, la longitud del segmento BD es igual a la altura de la pirámide y, además, su apotema mide $6\sqrt{2}$ m.
Calcula el área de la superficie lateral de la pirámide.

A) 97 m^2 B) 98 m^2 C) 95 m^2
D) 96 m^2 E) 94 m^2

17. Se tiene un cono circular recto de 3 m de altura cuya área lateral mide 6π m^2. Halla la medida del ángulo que forma la generatriz con la altura del cono.

A) 60° B) 30° C) 15°
D) 45° E) 37°

18. Se tiene una pirámide cuadrangular regular P-ABCD; el área de la región ABCD es el doble del área de la región PCD. Si la altura de la pirámide mide 6 m, calcula el volumen de la pirámide.

A) 94 m^3 B) 92 m^3 C) 96 m^3
D) 95 m^3 E) 99 m^3

NIVEL 3

Comunicación matemática

19. Indica V (verdadero) o F (falso) según corresponda.

I. Un cono de revolución puede estar inscrito en un cono oblicuo. ( )
II. Una pirámide regular está inscrita en un cono. ( )
III. Si dos conos tienen bases iguales son congruentes. ( )
IV. Una pirámide tiene como mínimo 5 vértices. ( )

20. Indica el valor de verdad y falsedad:

I. Si dos conos tienen bases iguales son semejantes. ( )
II. Una pirámide irregular está inscrita en un cono. ( )
III. Si dos conos rectos tienen alturas iguales y áreas de las bases iguales, son congruentes. ( )
IV. En una pirámide, la proyección de la altura sobre el plano de la base siempre se proyecta en la base. ( )

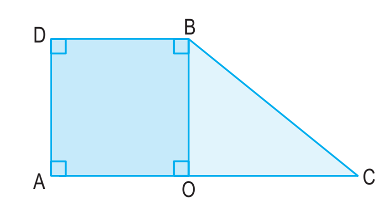
21. ¿Cuántas proposiciones son verdaderas?

I. Si la pirámide es no convexa su base es convexa. ( )
II. Un cono recto siempre está inscrito en un cono oblicuo. ( )
III. Si la pirámide es convexa su base es convexa. ( )
IV. Un cono oblicuo tiene sección axial. ( )

A) 1 B) 3 C) 4
D) 2 E) 0

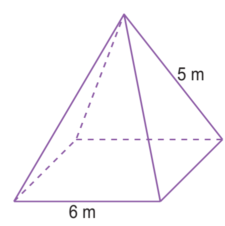
Razonamiento y demostración

22. Del gráfico, calcula OC, de modo que al girar las regiones sombreadas 360° alrededor de $\overleftrightarrow{AC}$ se generen sólidos equivalentes (AO = OB = 4).



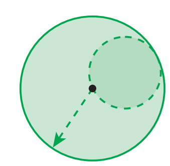
A) 8 B) 10 C) 12
D) 14 E) 16

23. Calcula el área lateral de la pirámide cuadrangular regular mostrada.



A) 30 m^2 B) 48 m^2 C) 50 m^2
D) 60 m^2 E) 80 m^2

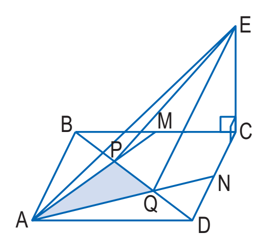
24. El gráfico muestra la proyección horizontal de dos conos que tienen el mismo vértice, sobre el plano que contiene a sus bases. Calcula la razón de sus volúmenes.



A) $\frac{1}{3}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{1}{4}$

D) $\frac{3}{4}$ E) $\frac{5}{4}$

25. En la figura el área del paralelogramo ABCD mide 24 m^2, M y N son puntos medios y EC = 12 m. halla el volumen de la pirámide E-APQ.



A) 14 m^3 B) 15 m^3 C) 16 m^3

D) 17 m^3 E) 18 m^3

Resolución de problemas

26. En una pirámide cuadrangular regular se cumple que $5A_{SB} = 3A_{SL}$.

Siendo:

A_{SB}: área de la base

A_{SL}: área de la superficie lateral

Calcula la medida del ángulo entre dos caras laterales opuestas.

A) 80° B) 60° C) 53°

D) 106° E) 74°

27. En la superficie del desarrollo de un cono equilátero se inscribe una circunferencia de radio 1 m. Calcula el volumen del cono.

A) $\frac{\pi\sqrt{3}}{3}$ m^3 B) 2π m^3 C) 3π m^3

D) 4π m^3 E) $\frac{\pi\sqrt{3}}{4}$ m^3

28. En una pirámide cuadrangular regular V-ABCD, si $m\angle AVB = 37°$ y la distancia del vértice de dicha pirámide al baricentro de una de las caras laterales mide 6 m. Calcula el volumen de dicha pirámide.

A) $72\sqrt{2}$ m^3 B) $70\sqrt{2}$ m^3 C) $60\sqrt{2}$ m^3

D) $50\sqrt{2}$ m^3 E) $80\sqrt{2}$ m^3

29. Halla el volumen de un cono de revolución si una generatriz mide 10 y está inclinada 53° con respecto a la base.

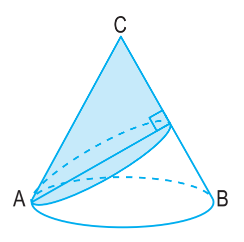
A) 86π B) 40π C) 96π
D) 60π E) 90π

30. Halla el volumen de un tetaedro regular en función del radio R de la esfera exinscrita; relativa a una de sus caras.

A) $R^3\sqrt{2}$ B) $R^3\sqrt{3}$ C) $R^3 3\sqrt{3}$

D) $R^3 2\sqrt{3}$ E) $R^3 2\sqrt{2}$

31. La figura muestra un cono equilátero, C es el vértice y $\overline{AB}$ es el diámetro de la base. Por el punto A se traza un plano perpendicular a la generatriz CB. Halla el volumen del cano oblicuo generado (1R= 2).



A) $2\pi\frac{\sqrt{3}}{3}$ B) $2\pi\frac{\sqrt{2}}{3}$ C) $2\pi\frac{\sqrt{5}}{3}$

D) $2\pi\frac{\sqrt{6}}{3}$ E) $2\pi\frac{\sqrt{7}}{3}$

Claves

NIVEL 1	**7.** A	**14.** B	**21.** B	**29.** C
1.	**8.** D	**15.** D	**22.** C	**30.** B
2.	**9.** B	**16.** D	**23.** B	**31.** D
3. E	NIVEL 2	**17.** B	**24.** C	
4. A	**10.** A	**18.** C	**25.** C	
5. A	**11.** C	NIVEL 3	**26.** E	
6. C	**12.** B	**19.**	**27.** A	
	13. E	**20.**	**28.** A	



Aplicamos lo aprendido



TEMA 5: ESFERA Y SÓLIDOS DE REVOLUCIÓN

1 Calcula el área de la superficie de una esfera, en la cual el área de uno de sus círculos máximos es 16π cm^2.

A) 16π cm^2 B) 32π cm^2 C) 64π cm^2
D) 72π cm^2 E) 81π cm^2

2 Calcula el área de una superficie esférica sabiendo que su volumen es $121,5\pi$ cm^3.

A) 81π m^2 B) 70π m^2 C) 83π m^2
D) 80π m^2 E) 86π m^2

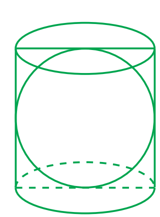
3 Si el área de una esfera mide 100π m^2, calcula el área de su círculo máximo.

A) $25,5\pi$ m^2 B) 20π m^2 C) 25π m^2
D) 36π m^2 E) 30π m^2

4 La cúpula semiesférica de una iglesia tiene 12 m de diámetro. Si el costo por pintarla es de 4,8 dólares por metro cuadrado, ¿qué inversión será necesaria hacer, si se desea pintarla en su totalidad? (Considerar $\pi = 3,14$).

A) \$ 1080,584 B) \$ 1005,56 C) \$ 1000,3
D) \$ 1085,184 E) \$ 1085,65

5 En el gráfico mostrado, calcula la relación entre el área de la esfera y el área total del cilindro recto.



A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{3}{9}$
D) $\frac{1}{3}$ E) $\frac{2}{3}$

6 Calcula el volumen de una cuña esférica; cuyo ángulo de giro mide 45° y el área del huso esférico correspondiente es igual a 18π m^2.

A) 24π m^3 B) 28π m^3 C) 30π m^3
D) 32π m^3 E) 36π m^3

7 Una esfera está inscrita en un cilindro circular recto. En dicha esfera se desea calcular el área del huso esférico correspondiente a una cuña esférica de π m^3 de volumen; además el cilindro tiene un volumen de 54π m^3.

A) π m^2 B) 3π m^2 C) 5π m^2
D) 2π m^2 E) 4π m^2

8 Halla el volumen de una esfera inscrita en un hexaedro regular cuya diagonal mide $6\sqrt{3}$ m.

A) 38π m^3 B) 49π m^3 C) 64π m^3
D) 36π m^3 E) 40π m^3

9 El área de un casquete esférico es 80π m^2 y el radio de la esfera que lo contiene mide 10 m. Calcula el área de la base del casquete esférico.

A) 62π m^2 B) 64π m^2 C) 68π m^2
D) 70π m^2 E) 72π m^2

10 Calcula el volumen de un segmento esférico de una base, si su correspondiente casquete esférico tiene un área de 96π m^2, además el radio de la esfera que lo contiene mide 8 m.

A) 205π m^3 B) 210π m^3 C) 216π m^3
D) 218π m^3 E) 220π m^3

11 Se tiene una esfera cuyo radio mide 15 m, se traza un plano que divide a la esfera en dos casquetes cuyas áreas están en la relación de 3 a 2. Calcula la distancia del centro de la esfera a dicho plano.

A) 2 m B) 3 m C) 4 m
D) 5 m E) 8 m

12 Una esfera se encuentra inscrita en un cilindro. Si el área de la esfera más el área total del cilindro es 90π m^2, halla el volumen de la esfera.

A) 24π m^3 B) 27π m^3 C) 30π m^3
D) 32π m^3 E) 36π m^3

13 En una esfera de $4\sqrt{3}\,\pi$ m^3 de volumen, se traza un plano secante a una distancia del centro igual a la mitad del radio. Calcula el área del mayor casquete esférico determinado.

A) 7π m^2 B) 8π m^2 C) 9π m^2
D) 10π m^2 E) 12π m^2

14 En una esfera se tiene un círculo menor cuya longitud de circunferencia mide 20,724 cm. Halla a qué distancia del centro se encuentra el círculo menor sabiendo que la superficie esférica tiene un área que mide 379,94 cm^2. (Considerar $\pi = 3{,}14$)

A) 4,2 cm B) 4,4 cm C) 4,6 cm
D) 4 cm E) 4,8 cm

Claves

1. C	3. C	5. E	7. A	9. B	11. B	13. C
2. A	4. D	6. E	8. D	10. C	12. E	14. B

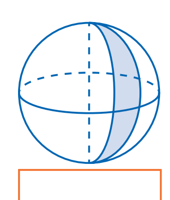
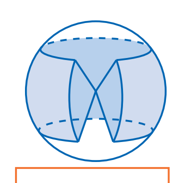
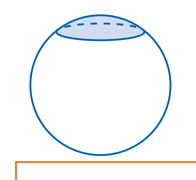
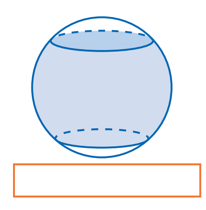
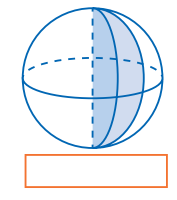
Practiquemos



NIVEL 1

Comunicación matemática

1. Completa con los nombres que correspondan:

2. Indica verdadero (V) o falso (F) según corresponda.

I. Una región plana secante al eje de giro genera un sólido de revolución. ( )

II. Un sector circular genera un anillo esférico. ( )

III. Un segmento circular genera un sector esférico. ( )

IV. Un arco circular genera una cuña esférica. ( )

3. Indica qué proposiciones son verdaderas:

I. Una región plana paralela al eje de giro genera un sólido de revolución. ( )

II. Un segmento que interseca al eje de giro forma una superficie de revolución. ( )

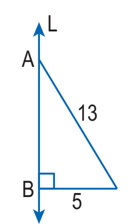
III. Una región plana no convexa, coplanar y no secante con el eje de giro genera un sólido de revolución. ( )

IV. Un cubo genera un sólido de revolución. ( )

A) I y IV B) solo I C) II y III
D) I y II E) todas

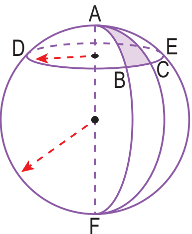
Razonamiento y demostración

4. Halla el volumen del sólido que se forma cuando la figura gira 360° alrededor del eje L.



A) 108π B) 110π C) 90π
D) 120π E) 100π

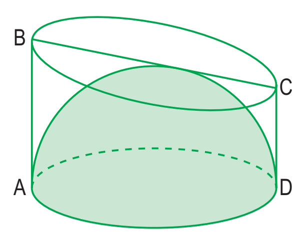
5. Halla el área de la superficie del triángulo esférico ABC en el casquete esférico si la longitud del radio de la esfera es 2 m, la longitud de la circunferencia DBE es 10 m y la medida del diedro que forman los círculos máximos ABF y ACF es 26° ($\pi = 3,14$).



A) 0,5617 m^2 B) 0,7165 m^2 C) 0,1765 m^2
D) 0,815 m^2 E) 0,6715 m^2

6. Halla el volumen de un tronco de cilindro que tiene una semiesfera inscrita.

Si: AB = 6 m y CD = 4 m



A) 60 m^3 B) 120 m^3 C) 120π m^3
D) 60π m^3 E) 90π m^3

Resolución de problemas

7. Calcula el área de la esfera inscrita en un tetraedro regular cuya arista mide $4\sqrt{6}$ m.

A) 12π m^2 B) 16π m^2 C) 18π m^2
D) 24π m^2 E) 32π m^2

8. Calcula el volumen de una esfera inscrita en un cono de revolución de radio igual a 3 m y altura 4 m.

A) $2,5\pi$ m^3 B) $3,5\pi$ m^3 C) $4,5\pi$ m^3
D) $5,5\pi$ m^3 E) $6,5\pi$ m^3

9. Calcula el volumen del sólido formado por un círculo de radio igual a 1 m, cuando gire alrededor de una recta tangente coplanar a dicho círculo.

A) π^2 m^2 B) $2\pi^2$ m^2 C) $4\pi^2$ m^2
D) $3\pi^2$ m^2 E) $6\pi^2$ m^2

10. Un hexágono regular de lado igual a 2 m, gira 360° alrededor de uno de sus lados. Calcula el volumen del sólido que se genera.

A) 24π m^3 B) 32π m^3 C) 36π m^3
D) 28π m^3 E) 40π m^3

NIVEL 2

Comunicación matemática

11. Relaciona:

I. $\frac{\pi R^2 \alpha}{90}$ — A Anillo esférico

II. $\frac{2}{3}\pi R^2 h$ — B Cuña esférica

III. $\frac{\pi R^3 \alpha}{270°}$ — C Huso esférico

IV. $\frac{1}{6}\pi a^2 h$ — D Sector esférico

12. Cuántas proposiciones no son verdaderas:

I. Un cilindro oblicuo es un sólido de revolución. ( )

II. Un cilindro recto es un sólido de revolución. ( )

III. Un cilindro recto de base circular es un sólido de revolución. ( )

IV. Un cilindro es un sólido de revolución. ( )

A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 0

13. Cuáles de las proposicones son correctas:

I. Un cono oblicuo es un sólido de revolución. ( )

II. Un cono recto es un sólido de revolución. ( )

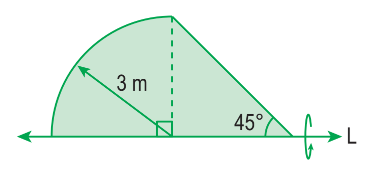
III. Un cono recto de base circular es un sólido de revolución. ( )

IV. Un cono es un sólido de revolución. ( )

A) I B) II C) I y II D) III E) III y IV

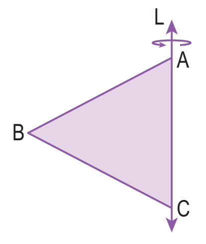
Razonamiento y demostración

14. Calcula el volumen generado por la región sombreada, cuando gira 360° alrededor de L.



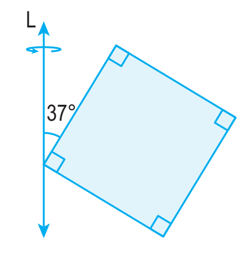
A) 25π m^3 B) 27π m^3 C) 29π m^3
D) 32π m^3 E) 35π m^3

15. En la figura AB = BC = 13 m y AC = 10 m.
Calcula el volumen del sólido generado por el triángulo ABC al girar 360° alrededor de $\overleftrightarrow{L}$.



A) 300π m^3 B) 320π m^3 C) 360π m^3
D) 420π m^3 E) 480π m^3

16. Halla el volumen del sólido generado al hacer girar 360° alrededor de $\overleftrightarrow{L}$ el cuadrado de lado igual a 5 m.



A) 165π m^3
B) 160π m^3
C) 170π m^3
D) 175π m^3
E) 180π m^3

Resolución de problemas

17. Calcula el área de la superficie esférica de una esfera inscrita en un cono equilátero de 648π m^3 de volumen.

A) 158π m^2 B) 164π m^2 C) 144π m^2
D) 184π m^2 E) 178π m^2

18. El volumen de una cuña esférica es $\frac{32}{3}\pi$ m^3, si su ángulo de giro mide 45°. Calcula el área total de la cuña.

A) 26π m^2 B) 28π m^2 C) 30π m^2
D) 24π m^2 E) 36π m^2

19. Calcula el volumen de un segmento esférico de dos bases, si la suma de las áreas de las bases del segmento esférico es 20π m^2 y su altura mide 6 m.

A) 84π m^3 B) 86π m^3 C) 92π m^3
D) 96π m^3 E) 98π m^3

20. En una esfera de radio R, un casquete esférico de altura igual a R/4, es equivalente a un huso esférico cuyo ángulo de giro mide θ. Calcula θ.

A) 30° B) 45° C) 53° D) 60° E) 90°

NIVEL 3

Comunicación matemática

21. Indica qué proposición es verdadera:

I. Una línea curva, alabeada con el eje de giro genera una superficie de revolución. ( )

II. Una región plana coplanar con el eje de giro genera un sólido de revolución. ( )

III. Una recta perpendicular al eje de giro genera un sólido de revolución. ( )

IV. Una recta perpendicular el eje de giro genera una superficie de revolución. ( )

A) III B) I C) II
D) IV E) Ninguna

22. Para un giro de 180° cuántas proposiciones son verdaderas:

I. Una región plana con el eje de giro forma un sólido de revolución. ( )

II. Una región plana y coplanar con el eje de giro forma un sólido de revolución. ( )

III. Una recta secante al eje de giro forma una superficie de revolución. ( )

IV. Una región plana, coplanar y no secante con el eje de giro forma un sólido. ( )

A) 2 B) 4 C) 1 D) 3 E) 0

23. Indica verdadero (V) o falsa (F) según corresponda:

I. Un segmento circular y secante con el eje de giro forman una superficie de revolución. ( )

II. Una figura plana, coplanar y secante al eje de giro puede formar un sólido de revolución. ( )

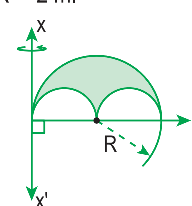
III. Un área circular, coplanar y no secante al eje de giro forma un sólido no convexo. ( )

IV. Un rectángulo, coplanar y o secante el eje de giro forma un sólido de revolución. ( )

Razonamiento y demostración

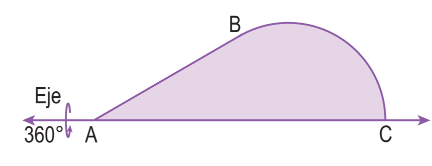
24. Halla el volumen generado, al rotar la siguiente superficie alrededor del eje $\overleftrightarrow{xx'}$.

Si: R = 2 m.



A) $2\pi^2$ m^3
B) $3\pi^2$ m^3
C) $4\pi^2$ m^3
D) π^2 m^3
E) $5\pi^2$ m^3

25. Calcula el volumen que genera la superficie del triángulo mixtilíneo ABC, siendo "B" punto de tangencia, m$\angle$BAC = 30°, además el centro del arco BC se encuentra sobre el eje de giro. AC = 3 m.



A) $\frac{\pi}{2}$ m^3 B) $\frac{3\pi}{2}$ m^3 C) π m^3

D) $\frac{\pi}{4}$ m^3 E) $\frac{3\pi}{4}$ m^3

Resolución de problemas

26. El área total de un segmento esférico de dos bases mide 11π cm^2. Calcula la longitud del radio de la base mayor, sabiendo que la diferencia entre las longitudes de los radios de las bases es de 1 cm. La altura del segmento mide 1 cm y el radio de la esfera que lo contiene mide 3 cm.

A) 1 cm B) 3 cm C) 2 cm
D) 4 cm E) 6 cm

27. En una esfera cuyo radio mide 17 m, los radios de las bases de un segmento esférico son 8 m y 15 m y se encuentran a uno y otro lado del centro de la esfera que contiene a dicho segmento. Calcula el área de la zona esférica correspondiente.

A) 765π m^2 B) 780π m^2 C) 782π m^2
D) 790π m^2 E) 795π m^2

28. En una circunferencia el diámetro AB = 6 m, sobre esta circunferencia se toma un punto C de modo que el arco AC mide 90°. Calcula el volumen del sólido que genera el segmento circular AC cuando gire alrededor de $\overline{AB}$.

A) 6π m^3 B) 18π m^3 C) 9π m^3
D) 12π m^3 E) 16π m^3

29. Una superficie esférica es dividida por dos planos en dos casquetes y una zona. Calcula la altura de la zona, si el área de la zona es los 3/5 de la suma de las áreas de los casquetes. El radio de la superficie esférica mide 8 m.

A) 6 m B) 3 m C) 4 m
D) 7 m E) 5 m

30. Calcula el volumen de un segmento esférico de una sola base, sabiendo que el área del casquete esférico correspondiente es cuatro veces el área de su base y el radio de la esfera que lo contiene mide $4\sqrt{3}$ m.

A) $210\sqrt{2}\,\pi$ m^3 B) $214\sqrt{3}\,\pi$ m^3 C) $216\sqrt{2}\,\pi$ m^3
D) $216\sqrt{3}\,\pi$ m^3 E) $218\sqrt{6}\,\pi$ m^3

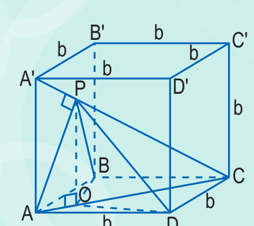
Claves

NIVEL 1	7. B	13. D	20. B	26. C
1.	8. C	14. B	NIVEL 3	27. C
2.	9. B	15. E	21. C	28. B
3. C	10. C	16. D	22. C	29. A
4. E	NIVEL 2	17. C	23.	30. D
5. B	11.	18. D	24. C	
6. C	12. C	19. D	25. B	

MARATÓN Matemática

Se tiene una pirámide P-ABCD que tiene por base una de las caras del hexaedro regular ABCD-A'B'C'D' cuya arista mide 10 unidades. El vértice P de la pirámide está sobre una diagonal del hexaedro; sabiendo que la suma de los cuadrados de las cuatro aristas laterales de la pirámide es igual a $4b^2$ unidades cuadradas; calcula la longitud de la altura de la pirámide.

Resolución:



Por dato

$AP^2 + BP^2 + CP^2 + DP^2 = 4b^2$ ... (1)

$AC = \sqrt{2}\,b$ y $A'C = \sqrt{3}\,b$

Por propiedad de pirámides:

$AP^2 + PC^2 = PB^2 + PD^2$ ... (2)

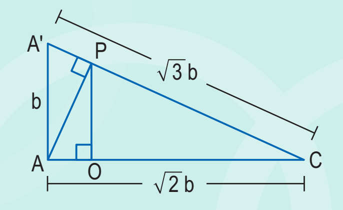
(2) en (1):

$AP^2 + PC^2 + (AP^2 + PC^2) = 4b^2$

$\Rightarrow AP^2 + PC^2 = 2b^2$ ... (3)

Del resultado (3) comprobamos que el triángulo APC es un triángulo rectángulo recto en P.

En el $\triangle$APC:



Por propiedad:

Para el $\triangle$A'AC:

$AC^2 = A'C \times PC$

$(\sqrt{2}\,b)^2 = (\sqrt{3}\,b) \times PC$

$\Rightarrow PC = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}b$

Para el $\triangle$APC:

$PC^2 = AC \times OC$

$\dfrac{4}{3}b^2 = \sqrt{2}\,b \times OC$

$OC = \dfrac{2\sqrt{3}\,b}{3}$

Por Pitágoras en el $\triangle$POC:

$PO^2 = PC^2 - OC^2$

$PO^2 = \left(\dfrac{2\sqrt{3}\,b}{3}\right)^2 - \left(\dfrac{2\sqrt{2}}{3}b\right)^2$

$PO = \dfrac{2}{3}b$

1. Un triángulo rectángulo cuyos catetos miden respectivamente 6 m y 8 m gira alrededor de su hipotenusa generando dos conos con base común; a este sólido se le circunscribe una esfera. Entonces, el volumen de la región exterior el sólido y dentro de la esfera es:

A) $\dfrac{500}{3}\pi\ m^3$ B) $\dfrac{384}{5}\pi\ m^3$ C) $\dfrac{1348}{15}\pi\ m^3$

D) $2022\pi\ m^3$ E) $\dfrac{1348}{5}\pi\ m^3$

2. Se tiene una pirámide de vértice V y de base un paralelogramo ABCD. Se sabe que $\overline{VO}$ es altura de la pirámide, siendo O punto de intersección de las diagonales BD y AC. Las caras AVD y BVC hacen ambas un ´ángulo de 6° con la base ABCD. Si la suma de las áreas de dichas caras es de 40 cm^2, halla el área de la base ABCD.

A) 40 cm^2 B) 50 cm^2 C) 60 cm^2

D) 45 cm^2 E) 55 cm^2

3. Se tiene un tetraedro regular ABCD cuya arista mide "a" y tal que sus vértices se encuentran sobre la superficie de un cilindro recto que tiene por generatriz la arista AB. Halla el volumen del cilindro.

A) $\dfrac{4\pi}{25}a^3$ B) $\dfrac{3\pi}{16}a^3$ C) $\dfrac{5\pi}{28}a^3$

D) $\dfrac{9\pi}{32}a^3$ E) $\dfrac{7\pi}{40}a^3$

4. Halla el ángulo diedro que forman dos caras laterales adyacentes de una pirámide regular que tiene por base un cuadrado, cuyo lado tiene una longitud que es el doble de la altura de la pirámide.

A) 45° B) 75° C) 120°

D) 60° E) 135°

5. Se tiene un triángulo rectángulo ABC recto en B cuyo cateto AB = 6 m. Se traza la mediana BM; luego por B se levanta un segmento BH perpendicular al plano del triángulo ABC. Si el área de BHM es $10\sqrt{5}\ m^2$, y el área de su proyección sobre el plano determinado por BHC es de 20 m^2. Halla la medida de la hipotenusa AC.

A) $3\sqrt{3}$ m B) $4\sqrt{3}$ m C) $5\sqrt{3}$ m

D) $2\sqrt{5}$ m E) $6\sqrt{5}$ m

6. Una esfera tiene 3 cm de radio. Calcula a qué distancia del centro ha de trazarse un plano para que el área de la sección del círculo seccionado por este resulte 1/3 del área del círculo máximo en la esfera.

A) $\sqrt{3}$ cm B) $2\sqrt{3}$ cm C) $3\sqrt{2}$ cm

D) $\sqrt{6}$ cm E) $2\sqrt{6}$ cm

7. Una generatriz de un cilindro circular recto es AB y se toma un punto C en la generatriz opuesta. Sea "a" el área de la región triangular ABC, entonces el área lateral del cilindro es expresado como:

A) $\dfrac{\pi}{2}\sqrt{a}$ B) $\dfrac{\pi}{2}a$ C) $\pi\sqrt{a}$

D) $\dfrac{3}{2}\pi\sqrt{a}$ E) $2\pi a$

8. En el plano P se tiene el triángulo ABC cuyo ángulo a mide 60°. Se tiene un punto S fuera del plano P. Si las distancias de S al punto A es igual a 25 cm, de S al lado AC igual a 20 cm y de S al lado AB igual a 7 cm; halla la distancia de S al plano P.

A) $\sqrt{37}$ cm B) $\sqrt{29}$ cm C) $\sqrt{38}$ cm

D) 6 cm E) $\sqrt{31}$ cm



Instrucciones: completa los tableros subdivididos en 9 cuadrados llenando las celdas vacías con los números del 1 al 9, sin que se repita ninguna cifra, en cada fila, ni en cada columna, ni en cada cuadrado.

1.

8	4							1
			8	6				4
		6			9		3	7
			5		8		9	
1	5		4		3		7	6
	2		1		6			
4	8		6			3		
3				1	7			
2							6	5

2.

			3	2		7		
1		6			8		5	
		9					1	
			2			3	7	
	6	1				5	9	
	5	2			7			
	4					8		
	2		7			6		1
		5		8	3			

3.

9			8		2			
	6	1			9	2		
			5		4	7	6	9
		6			5			
	9	8	6		3	1	2	
			1			3		
8	5	3	4		1			
		4	2			9	5	
			7		6			8

4.

	9	5		2		8		
						3		9
3	8			4				6
			6	1	2			
2		8	3	7	4	6		1
			8	5	9			
5				6			4	2
8		7						
		9		3		7	5	

5.

8				1	7		6	
4		7		6	5			
9		5		8		3	1	
3			2					1
	7						4	
5					4			8
	8	6		7		5		4
			5	4		2		6
	5		6	2				9

6.

	4		2				3	7
6				9			1	
		9	7		1			8
	7					6	4	
		6				3		
	3	5					7	
9			4		8	7		
	5			2				6
8	1				9		5	

7.

				5			7	2
		4		7		9		8
		5	9		8	1	4	
3	9	7						
			7	4	3			
						3	1	7
	3	1	4		7	2		
6		9		2		7		
5	7			3				

8.

	6						5	
7			6	3	5			4
	5	9		4		1	2	
	1	3		6		2	9	
6			7		9			8
	7						4	
	3	7	4		6	8	1	
			2	7	8	3		
2								9

RESPUESTAS:

1.

8	4	9	7	3	5	6	2	1
7	3	2	8	6	1	9	5	4
5	1	6	2	4	9	8	3	7
6	7	4	5	2	8	1	9	3
1	5	8	4	9	3	2	7	6
9	2	3	1	7	6	5	4	8
4	8	7	6	5	2	3	1	9
3	6	5	9	1	7	4	8	2
2	9	1	3	8	4	7	6	5

2.

5	8	4	3	2	1	7	6	9
1	7	6	9	4	8	2	5	3
2	3	9	5	7	6	4	1	8
4	9	8	2	1	5	3	7	6
7	6	1	8	3	4	5	9	2
3	5	2	6	9	7	1	8	4
9	4	7	1	6	2	8	3	5
8	2	3	7	5	9	6	4	1
6	1	5	4	8	3	9	2	7

3.

9	4	7	8	6	2	5	1	3
5	6	1	3	7	9	2	8	4
3	8	2	5	1	4	7	6	9
1	3	6	9	2	5	8	4	7
7	9	8	6	4	3	1	2	5
4	2	5	1	8	7	3	9	6
8	5	3	4	9	1	6	7	2
6	7	4	2	3	8	9	5	1
2	1	9	7	5	6	4	3	8

4.

6	9	5	1	2	3	8	7	4
7	1	4	5	8	6	3	2	9
3	8	2	9	4	7	5	1	6
9	2	7	6	1	2	4	8	5
2	5	8	3	7	4	6	9	1
1	4	6	8	5	9	2	3	7
5	3	1	7	6	8	9	4	2
8	2	7	4	9	5	1	6	3
4	6	9	2	3	1	7	5	8

5.

8	2	3	9	1	7	4	6	5
4	1	7	3	6	5	8	9	2
9	6	5	4	8	2	3	1	7
3	4	8	2	9	6	7	5	1
6	7	2	8	5	1	9	4	3
5	9	1	7	3	4	6	2	8
2	8	6	1	7	9	5	3	4
1	3	9	5	4	8	2	7	6
7	5	4	6	2	3	1	8	9

6.

5	4	1	2	8	6	9	3	7
6	8	7	3	9	5	2	1	4
3	2	9	7	4	1	5	6	8
1	7	8	9	3	2	6	4	5
4	9	6	5	1	7	3	8	2
2	3	5	8	6	4	1	7	9
9	6	3	4	5	8	7	2	1
7	5	4	1	2	3	8	9	6
8	1	2	6	7	9	4	5	3

7.

9	8	3	1	5	4	6	7	2
1	6	4	3	7	2	9	5	8
7	2	5	9	6	8	1	4	3
3	9	7	5	1	6	8	2	4
2	1	8	7	4	3	5	9	6
4	5	6	2	8	9	3	1	7
8	3	1	4	9	7	2	6	5
6	4	9	8	2	5	7	3	1
5	7	2	6	3	1	4	8	9

8.

4	6	8	9	2	1	7	5	3
7	2	1	6	3	5	9	8	4
3	5	9	8	4	7	1	2	6
8	1	3	5	6	4	2	9	7
6	4	2	7	1	9	5	3	8
9	7	5	3	8	2	6	4	1
5	3	7	4	9	6	8	1	2
1	9	4	2	7	8	3	6	5
2	8	6	1	5	3	4	7	9

Este libro se terminó de imprimir
en los talleres gráficos de Editorial San Marcos situados en
Av. Las Lomas 1600, Urb. Mangomarca, S.J.L. Lima, Perú
RUC 10090984344